PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. 15. August 1918. 19. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 18 am 9. August 1918.

INHALT:

Originalmitteilungen:
K. W. F. Kohlrausch, Über die Wellenlänge der harten γ-Strahlung von Radium. S. 345.
A. Schmidt, Besitzt die tägliche erdmagnetische Schwankung in der Erdoberfläche ein Potential? S. 349.
O. Meißner, Vergleichung der mikroseismischen Bewegung in de Bilt, Potsdam und Pulkowa. S. 355.

Zusammenfassende Bearbeitungen:
W. Voigt, Die Resultate der geometrischen Strukturtheorien und die Ergebnisse der Analyse durch Röntgenstrahlen. Spezieller Teil I. (Schluß.) S. 357.

Besprechungen:
A. v. Oettingen, Die Grundlage der Musikwissenschaft und das duale Reininstrument. S. 366.
K. Jellinek, Lehrbuch der physikalischen Chemie. II. S. 367.
J. W. Cederberg, Die thermodynamische Berechnung chemischer Affinitäten von homogenen und heterogenen Gasreaktionen. S. 368.

Personalien. S. 368.
Angebote. S. 368.
Gesuche. S. 368.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Wellenlänge der harten γ-Strahlung von Radium.

Von K. W. Fritz Kohlrausch.

Die Beobachtungen an Röntgenstrahlen haben ergeben, daß der Absorptionskoeffizient μ, bzw. die Massenabsorption $\frac{\mu}{\varrho}$, in irgendeiner Substanz sich außerhalb eines selektiven Absorptionsgebietes in Abhängigkeit von der untersuchten Wellenlänge λ darstellen läßt durch

$$\frac{\mu}{\varrho} = A\,\lambda^n, \qquad (I)$$

wobei A sowohl als n mit dem Absorber variieren; n allerdings nur in engen Grenzen, zwischen 2,6 und 3. Für Interpolationszwecke wird diese Beziehung bequemer in der linearen Form

$$\log\frac{\mu}{\varrho} = \log A + n\log\lambda \qquad (II)$$

verwendet. Die untere Gültigkeitsgrenze war bisher durch die Absorptionsmessungen Barklas in Verbindung mit den neueren Wellenlängenbestimmungen bis $\lambda \geq 0{,}6\cdot 10^{-8}$ cm gesichert. In einer kürzlich erschienenen Arbeit hat R. Glocker[1]) unter Benutzung der experimentellen Daten von W. Hull und M. Rice[2]) zu zeigen versucht, daß sich der Gültigkeitsbereich der logarithmischen Darstellung bis $\lambda \geq 0{,}1\cdot 10^{-8}$ cm erweitern läßt, wodurch Glocker ferner imstande war, auf Grund von Absorptionsmessungen, die M. Ishino[3]) an γ-Strahlen von *RaC* vorgenommen hat, deren Wellenlänge zu interpolieren. Es ergab sich: $\lambda_{RaC} = 0{,}12\cdot 10^{-8}$ cm, „während sich aus den Spektralaufnahmen von Rutherford[4]) für das kurzwellige γ-Strahlenspektrum von *RaB* und *C* eine mittlere Wellenlänge $\lambda = 0{,}13\cdot 10^{-8}$ cm ergibt. Das für Röntgenstrahlen aufgestellte Absorptionsgesetz behält somit seine Gültigkeit auch bei der Absorption der sehr durchdringungsfähigen γ-Strahlen". —

Ich habe nun im Vorjahre[1]) experimentell gezeigt, daß die γ-Strahlung von *RaC* komplex ist und sich aus zwei Komponenten zusammensetzt. Die Analogie mit den zwei starken Linien *A* und *B* in Rutherfords Spektralaufnahmen war auffallend und ich habe ebenfalls aus der obigen logarithmischen Beziehung die zugehörigen Wellenlängen zu bestimmen versucht. Das Ergebnis war kein so günstiges, wie bei Glocker. Gerade die neueren Arbeiten — die mir damals unbekannt waren — scheinen mir aber die Unzulässigkeit dieser Extrapolation zu beweisen und damit zu zeigen, daß die in Frage kommende γ-Strahlung nicht in den Wellenlängenbereich fällt, in dem die Rutherfordschen Spektrallinien liegen.

Leider bin ich in bezug auf die Hauptarbeit nur auf Referate, bzw. Bemerkungen anderer Autoren angewiesen, da das Heft der Phys. Rev., in dem sich die Publikation von Hull und Rice befindet, hier nicht eingegangen ist. Nach dem Vorgange Barklas fassen diese (vgl. Ishino l. c.) die beobachtete Absorption $\frac{\mu}{\varrho}$ auf als aus zwei Teilen bestehend. Der eine, entsprechend der „wahren" Absorption $\frac{\mu}{\varrho}$, entsteht durch Umwandlung in andersgeartete Energien (Wärme, Fluoreszenzstrahlung, Korpuskularstrahlung), der andere $\frac{\sigma}{\varrho}$ dadurch, daß die Primärstrahlung aus ihrer Ursprungsrichtung abgelenkt, d. i. gestreut wird und bei einem genügend weit entfernten Ionisationsgefäß der Messung verloren geht. $\frac{\mu}{\varrho}$ variiere mit λ^3, $\frac{\sigma}{\varrho}$ sei eine universelle Kon-

1) Glocker, diese Zeitschr. **19**, 66, 1918.
2) W. Hull u. M. Rice, Phys. Rev. **8**, 326, 1916; Referat: Beibl. d. Ann. **41**, 290, 1917.
3) M. Ishino, Phil. Mag. **33**, 129, 1917.
4) E. Rutherford u. E. N. da C. Andrade, Phil. Mag. **27**, 856, 1914; **28**, 263, 1914.

1) K. W. F. Kohlrausch, Wien. Ber. **126**, 441, 683, 705, 887, 1917. Zusammenfassender Bericht: Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **15**, 64, 1918.

stante vom Zahlenwert $\frac{\sigma}{\varrho} = 0{,}12$. — Bei kleinen Wellenlängen, wo $\frac{\overline{\mu}}{\varrho}$ ebenfalls klein wird, kann der Streuverlust überwiegen und muß berücksichtigt werden, wenn man die an längeren Wellen $-\frac{\sigma}{\varrho}$ vernachlässigbar gegen $\frac{\overline{\mu}}{\varrho}$ — gefundene Beziehung zwischen $\frac{\mu}{\varrho}$ und λ bestätigt finden will. Es kommt mit andern Worten für die angestrebte lineare Darstellung (II) der „wahre" Wert $\frac{\mu}{\varrho}$ in Betracht und nicht der experimentelle $\frac{\mu}{\varrho} = \frac{\overline{\mu}}{\varrho} + \frac{\sigma}{\varrho}$. —

Mit Hilfe des angegebenen Zahlenwertes für $\frac{\sigma}{\varrho}$ hat nun Glocker die experimentellen Werte $\frac{\mu}{\varrho}$ von Hull und Rice korrigiert und gefunden, daß Gleichung (II) ihre Gültigkeit auch für die durchdringenden Röntgenstrahlen bis $\lambda \geq 0{,}1$ Å.-E. behält, wobei in Aluminium für n zu setzen ist 2,94. — Glocker bemerkt allerdings, daß die Konstanz von $\frac{\sigma}{\varrho}$ recht unwahrscheinlich sei; der Zweifel erscheint begreiflich, da M. Ishino aus seinen γ-Strahlmessungen im angeblich gleichen Wellenlängenbereich einen Wert $\frac{\sigma}{\varrho} = 0{,}04$, also nicht weniger als dreimal so klein findet. Mahnt schon diese schwerwiegende Diskrepanz — $\frac{\overline{\mu}}{\varrho}$ und $\frac{\sigma}{\varrho}$ sind hier von gleicher Größenordnung — zur Vorsicht, so beeinträchtigt ein weiterer Umstand, der Glocker anscheinend entgangen ist, die Verwertung dieser Größe für vorliegende Zwecke noch mehr. Wie kommen Hull und Rice zu dem Zahlenwert $\frac{\sigma}{\varrho} = 0{,}12$? Glocker gibt darüber an, daß die Provenienz nicht recht ersichtlich sei. Nun sind in der letzten Arbeit von G. C. Barkla und M. P. White[1]) einige Bemerkungen enthalten, die diesbezügliche Aufklärung geben; danach ergab sich $\frac{\sigma}{\varrho}$ aus der Annahme, daß die beobachteten Werte $\frac{\mu}{\varrho}$ proportional λ^3 variieren. Barkla kritisiert noch diesen Vorgang, da es unwahrscheinlich sei, daß der Potenzexponent gerade den Wert 3 habe. Selbstverständlich läßt sich dann $\frac{\mu}{\varrho} - 0{,}12$ auch als lineare Funktion von $\lambda^{2{,}94}$ noch gut darstellen; doch bildet dieser Zirkel keinen Beweis für die Richtigkeit der Darstellung und der anscheinend extrapolierte Schnittpunkt 0,12 mit der $\frac{\mu}{\varrho}$-Achse entbehrt jeder physikalischen Bedeutung, wenn nicht vorher der Beweis für die Gültigkeit des λ^3-Gesetzes und die Erlaubtheit der Extrapolation bewiesen wurde.

Infolgedessen wird man auch die Richtigkeit der Wellenlänge bezweifeln müssen, die von mir auf Grund einer hypothetischen, von Glocker auf Grund seiner als experimentell erwiesen angesehenen Gebietserweiterung der linearen Beziehung zwischen $\log \frac{\mu}{\varrho}$ und $\log \lambda$ den γ-Strahlen von *RaC* zugeordnet wurde. — Übrigens ist die Übereinstimmung dieses Wertes mit den direkten Rutherfordschen Angaben keine so gute, als sie nach Glocker auf den ersten Blick erscheint. In der Spektralaufnahme finden sich die zwei starken Linien *A* und *B* (letztere eine Doppellinie) mit den Wellenlängen 0,099 Å.-E. und 0,164 Å.-E.; Glocker bildet hieraus einen „mittleren" Wert 0,13 und konstatiert die Übereinstimmung mit dem Interpolationsresultat. Nun muß man aber bedenken, daß mit den von Glocker verwendeten Daten $\frac{\sigma}{\varrho} = 0{,}04$; $n = 2{,}94$; $A = 13{,}8$ sich für die fraglichen Wellenlängen die Absorptionskoeffizienten $\frac{\mu}{\varrho}$ zu 0,055 bzw. 0,108 berechnen, die sich wie 1 : 2 verhalten. Eine Mittelbildung unterschätzt die mögliche Meßgenauigkeit beträchtlich und wäre wohl nur für ganz rohe Messungen und Überlegungen gerechtfertigt. — Auch die weitere Konsequenz, die Glocker aus dem erweiterten Gültigkeitsbereich zieht, daß eine *J*-Serie erst bei $\lambda < 0{,}1 \cdot 10^{-8}$ cm zu erwarten wäre, stimmt nicht, da Barkla (l. c.) einen Absorptionssprung in Aluminium bei $\lambda = 0{,}36 \cdot 10^{-8}$ cm findet, also mitten in dem Gebiet, wo nach Hull und Rice $\frac{\mu}{\varrho}$ als Funktion von λ^3 linear sein sollte.

In dem Wellenlängenbereich, wo die sog. „wahre" Absorption $\frac{\mu}{\varrho}$ und der Streuungskoeffizient $\frac{\sigma}{\varrho}$ von gleicher Größenordnung werden, wird man daher auf die bequeme logarithmische Darstellung verzichten und eine solche, die nicht

1) G. C. Barkla und M. P. White, Phil. Mag. **34**, 270, 1917.

auf die Kenntnis von $\frac{\sigma}{\varrho}$ angewiesen ist, wählen müssen. Denn diese Größe ist weder experimentell exakt bestimmbar, noch ist sie definiert, so lange wir über den Mechanismus des Streuvorgangs nichts wissen; und unsere Kenntnisse hierüber sind noch sehr gering, wie die widerspruchsvollen Messungen sowohl an Röntgen- als an γ-Strahlen lehren. Ishino allerdings gibt einen experimentell gewonnenen Wert für $\frac{\sigma}{\varrho}$; ist das, was er gemessen hat, aber auch wirklich der Streuungskoeffizient? Aus dem Unterschied, den man für den Absorptionsverlust in einer Substanz erhält, je nachdem, ob der Absorber am Ionisationsgefäß anliegt (entsprechend der Ausnützung eines großen Öffnungswinkels der „gestreuten" Strahlung), oder von ihm weit entfernt ist (kleiner Öffnungswinkel), glaubt er den gestreuten Betrag rechnen zu können. Dazu muß aber die Streuung nach rückwärts vernachlässigt, bzw. korrigiert werden können, es muß die Verteilungsfunktion der Streustrahlung bekannt sein und, vor allem, es darf keine Fluoreszenzstrahlung entstehen. Nicht einmal einwandfreie qualitative Anhaltspunkte für diese Voraussetzungen liegen vor. Wenn ich selbst unter diesbezüglichen konkreten Annahmen — der „Streuungskoeffizient $\frac{\sigma}{\varrho}$" ist identisch mit dem in meiner Arbeit verwendeten „Sekundärstrahlungskoeffizienten $\frac{k}{\varrho}$" — Übereinstimmung der Theorie mit dem Experiment gefunden habe, so habe ich doch ausdrücklich diese Annahmen als Rechenhilfsmittel hingestellt und vor allem die Frage nach dem Mechanismus des Vorganges — Streuung oder Sekundäreffekt — offen gelassen.

Wegen der hier skizzierten Schwierigkeiten halte ich, wie bereits a. a. O. erwähnt, die Einführung des Begriffes „wahre Absorption" in die quantitative Verwertung des Beobachtungsmaterials als zum mindesten verfrüht. Beobachtbar ist nur der Gesamtverlust, den die Intensität eines vorgegebenen Strahlenbündelquerschnittes beim Passieren eines Absorbers erleidet. Was mit der verlorenen Energie geschieht, ist zunächst für die Messung selbst gleichgültig; und jede nicht in der Ursprungsrichtung auftretende Strahlungsintensität gilt als durch Absorption verloren, ob sie nun eine gestreute oder eine Fluoreszenz-Strahlung ist. Das ist eine experimentell eindeutige Definition des Absorptionskoeffizienten, deren Nichtbeachtung speziell in Meßtechnik der γ-Strahlen zu den wildesten Resultaten geführt hat. Und die Darstellung der Ergebnisse hat sich nach den experimentellen Möglichkeiten zu richten und nicht umgekehrt[1]).

Man wird daher zur Identifizierung der γ-Wellenlängen den Weg des direkten Vergleichs an nicht „korrigierten" Beobachtungsresultaten betreten müssen. Unter Ausschluß jeglicher Sekundärstrahlung — worunter im folgenden sowohl die Fluoreszenz- als die Streustrahlung verstanden sei — habe ich für die sog. „harte" γ-Strahlung von *Ra* drei Komponenten K_1, K_2, K_3 nachgewiesen, von denen K_3 die bekannte härteste γ-Type von *RaB* ist, K_1 und K_2 die Bestandteile der bisher als homogen aufgefaßten γ-Strahlung von *RaC* sind. Die relativen Intensitäten in der benutzten Versuchsanordnung waren: $K_1 : K_2 : K_3 = 8 : 6 : 1$. — Die Absorptionskoeffizienten wurden für K_1 und K_2 in 30 chemischen Elementen gemessen (Figur). Einige Zahlenwerte sind in Tabelle I zusammengestellt.

Tabelle I.

	H_2O	*Al*	*Cu*	*Pb*
μ_1/ϱ	0,055	0,047	0,044	0,047
μ_2/ϱ	0,100	0,085	0,079	0,132
μ_3/ϱ	—	0,21	(0,20)	0,41

Der geklammerte Wert in der letzten Zeile wurde nicht in *Cu*, sondern im Nachbarelement *Zn* gemessen. Vergleichen wir damit die Zahlen der Tabelle II, die den Arbeiten von Rutherford[2]) sowie Barkla und White (l. c.) entnommen sind. Zu bemerken ist, daß die Angaben Rutherfords, der die Absorber unmittelbar am Meßgefäß anbringt und daher wegen mitgemessener Sekundärstrahlung zu kleine Absorptionskoeffizienten erhält, nur als Anhaltspunkt für die Größenordnung dienen können. Die Zahlen Barklas sind von ihm auf die Wellenlängenmessungen von Hull und Rice bezogen, von welchen auch die geklammerten Bleiwerte stammen, die ich aus Fig. 1 in Rutherfords Arbeit interpoliert habe[3]). Die

Tabelle II.

λ	H_2O	*Al*	*Cu*	*Pb*	
0,063 . 10−8 cm	—	—	—	0,75	Rutherford
0,068 . 10−8	—	0,085	—	1,05	Rutherford
0,145 . 10−8	—	0,153	0,707	(1,50)*	Barkla, bzw. Hull und Rice
0,175 . 10−8	0,19	0,210	1,03	(2,35)	Hull und Rice

1) Den gleichen Standpunkt vertritt Barkla (l. c.) in seiner jüngsten Arbeit.

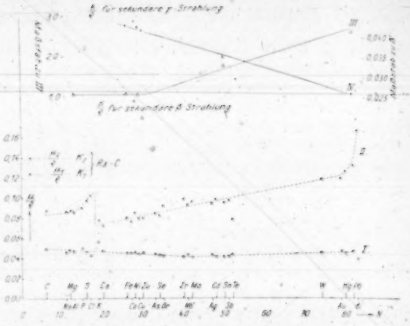
2) E. Rutherford, Phil. Mag. **34**, 153, 1917.

3) Der mit Stern bezeichnete Wert liegt gerade an der Stelle der Absorptionsbandkante der *K*-Serie.

Wellenlängenzahlen Rutherfords hängen an der Einsteinschen Quantenbeziehung, deren Gültigkeit aber selbst in diesen extremen Gebieten festzustehen scheint.

Hätte man nur die Vergleichsmöglichkeit an *Al*, so käme man unbedingt zu dem Schlusse, daß $\frac{\mu_2}{\varrho}$ bzw. $\frac{\mu_3}{\varrho}$ innerhalb des bereits erforschten Wellenlängenbereiches liegen und könnte unschwer in Rutherfords Spektralaufnahmen Linien finden, die ihnen entsprechen. Ein Blick auf die in den andern Substanzen gemessenen Absorptionskoeffizienten lehrt aber die Unhaltbarkeit einer solchen Identifizierung. Nach Tabelle II ist, worauf auch Rutherford hinweist, die Absorption in *Al* etwa fünfmal kleiner als in *Cu* und etwa 10 mal kleiner als in *Pb*, während in Tabelle I diese Verhältnisse 1 bzw. $\frac{1}{2}$ sind. Mit Rutherford kommt man daher zu dem Schlusse, daß die Wellenlängen der harten γ-Strahlen — wie man hier sieht auch der von *RaB* — kleiner sein müssen als $0{,}06 \cdot 10^{-8}$ cm und demnach nicht irgendwelchen Linien der bekannten *Ra*-γ-Spektralaufnahmen entsprechen können. Offenbar ist bei diesen kürzesten Wellen Aluminium nicht die geeignete Standardsubstanz, aus deren Absorptionsvermögen auf die Wellenlänge geschlossen werden kann; $\frac{\mu}{\varrho}$ in Aluminium fällt im Verhältnis zu $\frac{\mu}{\varrho}$ in schwereren Atomen zu groß aus. Eine gleichartige Erscheinung konstatiert Barkla bei der Absorption harter Röntgenstrahlen in Papier, H_2O und *Al* und schreibt sie (s. o.) der Entstehung einer *J*-Serie zu, die aber wegen ihrer erheblich größeren Wellenlänge für die folgenden Überlegungen nicht in Betracht kommt.

Augenfällig ergibt sich das abnormale Verhalten der Absorption in leichten Materialen aus der Figur, in der die Massenabsorption $\frac{\mu_1}{\varrho}$ und $\frac{\mu_2}{\varrho}$ der *RaC*-γ-Strahlungen als Funktion der Atomnummer aufgetragen sind. Die Messungen sind ungefähr auf 5 Proz. genau und stammen aus meiner oben zitierten Arbeit. Das Herausfallen der Werte für *Te* aus dem Kurvenzug II, sowie *K* und *Bi* aus I, halte ich nicht für reell. Kurve I zeigt die bereits bekannte angenäherte Konstanz der härtesten K_1-Strahlung, Kurve II im allgemeinen ein Anwachsen von $\frac{\mu_2}{\varrho}$ mit dem Atomgewicht. Eine deutliche Stufe ergibt sich zwischen den Elementen *Cl* ($N = 17$) und *K* ($N = 19$).



Es fragt sich nun, woher dieses absonderliche Verhalten der weicheren *Ra C*-Strahlung kommt, bzw. was mit der absorbierten Energie geschehen ist. Eine sprunghafte Änderung in der Streuungsfähigkeit der verschiedenen Atome anzunehmen, entbehrt jeder Grundlage. Vielmehr wird man auf Grund der bisherigen Erfahrungen an Röntgenstrahlen erwarten, daß diese Stelle selektiver Absorption einem Emissionsvorgang für sekundäre Wellen- und Korpuskularstrahlung entspricht. Die Wellenlänge der Fluoreszenzstrahlung nimmt innerhalb einer Serie mit wachsender Atomnummer *N* ab, derart, daß in $\frac{1}{\lambda} = f(N)$ die Form der Funktion *f* je nach der Serie verschieden ist; für die *K*- und *L*-Serie ergab sich z. B. $\frac{1}{\lambda}$ als eine quadratische Funktion von *N*. Nimmt man an, daß außer der *M*-, *L*- und *K*-Serie noch weitere existieren, die für ein und dasselbe Atom kleinere Wellenlängen liefern — wie sich diese Annahme mit den jetzigen Vorstellungen über den Aufbau des Atoms verträgt, bleibe dahingestellt, — so mögen zwei solche Serien vorkommen, von denen die weichere im Atom $N \geq 83$, die härtere im Atom $N = 18$ eine charakteristische Strahlung der Wellenlänge λ_2 besitzt. Die Absorption der γ-Strahlung von K_2 mit eben dieser Wellenlänge λ_2 wird dann als Funktion der Atomzahlen *N* das Bild der Figur liefern; sie wird ein Maximum sein in jenen Atomen, für deren Fluoreszenzstrahlung $\lambda \geq \lambda_2$ ist, und wird nachher abnehmen, je größer der Unterschied zwischen λ_2 und den charakteristischen Wellenlängen der dem Maximum benachbarten niedrigeren Atomnummern wird. + Trifft diese Erklärung zu, dann kann man K_2 selbst nicht als eine Fluoreszenzstrahlung, etwa von K_1 in *RaC* hervorgerufen, ansprechen. Denn da *RaC* mit *Bi*

isotop ist, müßte es eine Wismutstrahlung liefern, die aber ohne Verletzung der Stokesschen Regel keine charakteristische Strahlung in *Bi* oder einem höheren Atom hervorrufen kann.

Um wenigstens eine angenäherte Vorstellung über die Verwendung der absorbierten Energie zu erhalten, sind in der Figur die an der gleichen Apparatur erhaltenen Resultate über die Entstehung sekundärer β- und γ-Strahlung eingetragen. Kurve III gibt den Massenstrahlungskoeffizienten $\frac{K}{\varrho}$ der β-, Kurve IV dieselbe Größe $\frac{K}{\varrho}$ (von Ishino „Streuungskoeffizient" genannt) für die sekundäre γ-Strahlung. Der Berechnung beider Größen liegt die Annahme zugrunde, daß nur K_1 zu ihrer Entstehung beitrage, was kaum zutreffen dürfte; da weiter die Messung an Ionisierungsvermögen erfolgte, sind die Zahlen kein vergleichbares Maß für die enthaltene Energie. Die Abhängigkeit vom Atomgewicht wird dadurch kaum gefälscht und man sieht, daß diese nicht im gleichen Sinne erfolgt. Nach den bisherigen Erfahrungen an Röntgenstrahlen geht aber die Erzeugung von Fluoreszenzstrahlung parallel mit einer Elektronenemission. Man wird daher geneigt sein, hier Ähnliches zu erwarten und die invers verlaufenden Kurven III und IV als nicht zu demselben Erregungsvorgang gehörig anzusehen. Dann könnte z. B. Kurve IV der in der Messung überwiegenden Streustrahlung, die bei leichten Elementen größer ist als bei schweren, zuzuschreiben sein, Kurve III, die von K_2 stammt und der Absorption von K_2 im allgemeinen parallel läuft, als ein Anzeichen für vorhandene Fluoreszenzstrahlen genommen werden. Das Verbindungsstück der gemessenen Werte für *Al* und *Fe* wäre dann nicht geradlinig, sondern mit einem Maximum bei *Cl* einzusetzen.

Direkte experimentelle Beweise für die Existenz einer Fluoreszenzstrahlung der hier geforderten Härte liegen bisher nicht vor. Vielleicht bringen Versuche, die inbetreff dieser Fragen derzeit im Gange sind, die gewünschte Aufklärung. Jedenfalls ist für das Experiment noch viel Arbeit zu leisten, ehe man in diesem Gebiet der kürzesten Wellen sich auf mehr als auf bloße Vermutungen stützen kann.

Aus dem II. physikalischen Institut der Universität Wien.

(Eingegangen 5. April 1918.)

Besitzt die tägliche erdmagnetische Schwankung in der Erdoberfläche ein Potential?

Von Ad. Schmidt.

Eine kürzlich erschienene, sehr sorgfältig durchgeführte und auf das beste zurzeit verfügbare Beobachtungsmaterial gestützte Untersuchung der täglichen Variation des Erdmagnetismus hat zu dem Ergebnis geführt, daß die horizontale Komponente des Variationsfeldes in der Erdoberfläche nicht durch ein Potential dargestellt werden kann[1]). Bei der großen Bedeutung, die dieser auffallenden Feststellung nicht nur für die Geophysik, sondern im Hinblick auf die Schwierigkeit, sie vom Standpunkt unserer heutigen Anschauungen aus mit andern Tatsachen (besonders den luftelektrischen) in Einklang zu bringen, auch für die allgemeine Physik zukommen würde, erscheint eine Prüfung der Schlüsse, auf denen sie beruht, dringend geboten.

Nach der gegenwärtig wohl allgemein angenommenen Theorie der täglichen Variation des erdmagnetischen Feldes ist diese eine unmittelbare, jedoch merklich durch die Induktion im Erdkörper abgeänderte Wirkung elektrischer Ströme in den obersten Atmosphärenschichten, die in den dort herrschenden periodischen, mit der täglichen Luftdruckschwankung zusammenhängenden Luftströmungen durch den beharrlichen Erdmagnetismus, insbesondere seine vertikale Komponente, induziert werden. Die Vermutung, daß die betrachtete Erscheinung auf atmosphärische, die erdmagnetischen Kraftlinien durchschneidende Strömungen zurückgehe, hat Balfour Stewart gelegentlich ausgesprochen. Das Verdienst, diese Vermutung mit großer Wahrscheinlichkeit als zutreffend erwiesen und zu einer in ihren Voraussetzungen und Folgerungen durchgeprüften Theorie ausgebildet zu haben, kommt Arthur Schuster zu, der sich in zwei grundlegenden Arbeiten mit der Frage beschäftigt hat, nachdem er schon vorher die in der unzureichenden normalen Leitfähigkeit der Luft liegende Hauptschwierigkeit durch die Entdeckung beseitigt hatte, daß diese unter Umständen eine außerordentliche Steigerung erfahren kann.

1) Over de dagelijksche variatie van het Aardmagnetisme. Thèses de doctorat de Mlle Annie van Vleuten, défendues devant la faculté des sciences de l'Université d'Utrecht le 22 Septembre 1917. Veröffentlicht als Nr. 23 der Mededelingen en Verhandelingen van het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut, Utrecht 1917. — Angefügt sind in englischer Übersetzung zwei kurze Darstellungen der Hauptergebnisse der Arbeit, die vorher in Band 26 der Abhandlungen der Akademie der Wissenschaften in Amsterdam erschienen sind.

In der ersten Abhandlung[1]) beweist Schuster, daß das empirisch festgestellte, annähernd konstante und relativ zur Sonne ruhende Variationsfeld, in dem sich die Erde dreht, aus einem äußern und einem innern Anteil besteht, und daß der zweite seiner Form und Lage nach, wie auch unter plausiblen Annahmen über die Leitfähigkeit des festen Erdkörpers seiner Stärke nach die Induktionswirkung des ersten darstellt. Der mittlere spezifische Widerstand ergibt sich der Größenordnung nach zu etwa 10^{13} bis 10^{14}; es folgt weiter, daß er von der Oberfläche nach dem Erdinnern zu abnehmen muß. In einer Schlußbetrachtung wird gezeigt, daß das zur Erklärung des äußeren, primären Feldes dienende Stromsystem qualitativ der Balfour Stewartschen Hypothese entspricht, wenn man annimmt, daß die aus dem täglichen Luftdruckgange erschlossenen periodischen Luftbewegungen ohne wesentliche Änderung ihres Charakters bis in die höchsten Schichten der Atmosphäre hinaufreichen. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da es sich dabei nach der Kelvinschen, von Margules durchgearbeiteten Hypothese in der Hauptsache um thermisch angeregte Schwingungen des Luftmeers handelt, deren Perioden annähernd mit solchen seiner freien Schwingungen übereinstimmen.

Die zweite Abhandlung[2]) geht von diesen Luftströmungen aus und berechnet das durch sie unter dem Einfluß der erdmagnetischen Vertikalkomponente hervorgerufene magnetische Feld unter bestimmten durch die Natur der Sache nahegelegten Voraussetzungen über die periodisch wechselnde Ionisierung der Luft in den hohen, allein dafür in Betracht kommenden Schichten. Für die maximale Leitfähigkeit (an der Stelle, die die Sonne im Zenit hat) ergibt sich bei einer zu rund 300 km angenommenen Schichtdicke als mittlerer Betrag etwa 10^{-13}. Die Frage, ob und wie die dazu nötige starke Ionisation zustande kommen kann, wird eingehend erörtert.

Der in der ersten Arbeit enthaltenen Vergleichung mit der Erfahrung konnte Schuster nur ein dürftiges, in mehrfacher Hinsicht mangelhaftes Beobachtungsmaterial zugrunde legen. Wenn er trotzdem darin zu bestimmten und anscheinend entscheidenden Resultaten gelangte, so war das wesentlich das Verdienst seiner sorgsamen und kritischen Verwendung dieses Materials. Das konnte aber nicht von der Aufgabe befreien, die Prüfung der Theorie auf eine breitere empirische Grundlage zu stützen, sobald eine solche zu schaffen war. Eine durchaus Schusters Formeln benutzende Wiederholung der Rechnung zu diesem Zwecke hat zuerst H. Fritsche[1]) geliefert, der leider ein zwar recht umfangreiches, aber ganz kritiklos zusammengestelltes, inhomogenes Material benutzte, weshalb seinen Ergebnissen nur ein bedingter Wert zukommt. Eine Diskussion derselben gab L. Steiner[2]), der dabei zugleich die Theorie durch die Berücksichtigung der Permeabilität des Erdkörpers erweiterte. Weitere Berechnungen verdankt man G. W. Walker[3]) und W. van Bemmelen[4]). Das verwandte Problem der auf die atmosphärischen Gezeitenströme zurückzuführenden lunaren Schwankung behandelten van Bemmelen[4]) und S. Chapman[5]), der die analytischen Entwicklungen Schusters etwas abänderte und darauf hinwies, daß die zwei bei dem solaren Phänomen stets in nahezu konstanter Verbindung auftretenden Faktoren — die räumliche Anordnung des atmosphärischen Stromsystems und diejenige der Ionisierung — bei der lunaren Variation einer verschiedenen Periodizität unterliegen und daher getrennt werden können.

Die nunmehr hinzukommende, eingangs erwähnte neue Berechnung von A. van Vleuten bezeichnet einen wesentlichen Fortschritt, indem sie sich auf ein streng homogenes und wohl definiertes Beobachtungsmaterial stützt. Wie es schon Schuster seinerzeit empfohlen hat, behandelt sie den täglichen Gang an magnetisch ruhigen Tagen, der gegenüber dem durch die Störungen beeinflußten mittleren Gange an allen Tagen ein physikalisch einheitliches Phänomen darstellt. (Wenigstens nahezu; der darin neben dem thermisch bedingten Hauptteil noch enthaltene solare Gezeiteneinfluß und eine etwaige

1) The diurnal variation of terrestrial magnetism. With an appendix by H. Lamb, On the currents induced in a spherical conductor by variation of an external magnetic potential. Phil. Trans. Roy. Soc. London (1889) Series A, vol. 180, S. 467—518.

2) The diurnal variation of terrestrial magnetism. Phil. Trans. Roy. Soc. London (1908) Series A, vol. 208, S. 163—204.

1) Die tägliche Periode der erdmagnetischen Elemente. St. Petersburg 1902. Die jährliche und tägliche Periode der erdmagnetischen Elemente. Riga 1905.

2) Über die tägliche Variation der erdmagnetischen Kraft. Meteorol. Zeitschr. 1912, S. 417—428.

3) The diurnal variation of terrestrial magnetism. Proc. Roy. Soc. London (A) vol. 89, 1913, S. 379—392.

4) Kurz mitgeteilt in der zweiten der folgenden Arbeiten: Die lunare Variation des Erdmagnetismus. Meteorol. Zeitschr. 1912, S. 218—230. Berichtigung zu meiner Abhandlung über die lunare Variation des Erdmagnetismus. Ebenda 1913, S. 589—594. — Die Ungleichförmigkeit des Beobachtungsmaterials wird durch Reduktion auf gleiche Sonnenaktivität nach Möglichkeit eliminiert.

5) On the diurnal variation of the earth's magnetism produced by the moon and sun. Phil. Trans. Roy. Soc. 1913, Series A, vol. 213, S. 279—321. The moon's influence on the earth's magnetism. Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity 1914 vol. 19, S. 39—44.

magnetische Fernwirkung der Sonne dürfen ihrer Geringfügigkeit halber zunächst außer acht bleiben.) Noch wichtiger ist es wegen der nicht unbedeutenden Verschiedenheit des Ganges an den einzelnen ruhigen Tagen, daß durchaus nur simultane Beobachtungen verwendet, also an allen Stationen dieselben Tage genommen worden sind. Die benutzten Daten definieren somit einen bestimmten, tatsächlich während eines gewissen Zeitraums im Durchschnitt vorhandenen Zustand des magnetischen Gesamtfeldes der Erde. Verwendet wurden die nach internationaler Übereinkunft[1]) ausgewählten fünf ruhigsten Tage jedes Monats unter Beschränkung auf die Jahre 1906 bis 1908. Die Rechnung wurde getrennt für den Sommer und den Winter der nördlichen Halbkugel durchgeführt.

Die nachstehende Zusammenstellung enthält die Namen und die geographischen Koordinaten der 10 Stationen, von denen die benutzten Beobachtungen stammen. φ bezeichnet die nördliche Breite, λ die östliche Länge von Greenwich aus gezählt. Ich habe noch die entsprechenden Größen Φ und Λ in demjenigen Polarsystem hinzugefügt, das sich auf die magnetische Achse der Erde statt auf die Rotationsachse bezieht. Es ist also Φ das Komplement des Abstandes von dem Punkte $\varphi_0\ \lambda_0$, nach dem die magnetische Achse gerichtet ist. Dabei wurde in runder Zahl $\varphi_0 = 78^0 30'\ \lambda_0 = 291^0 30'$ angenommen. Λ ist wie λ nach Osten positiv gezählt, und zwar von dem den Punkt $\varphi_0\ \lambda_0$ mit dem Südpol der Erde verbindenden Meridian aus.

Tabelle I.

	φ	λ	Φ	Λ
Pawlowsk . .	$59^0 41'$	$30^0 29'$	$56^0 7'$	$116^0 34'$
Sitka	57 3	224 40 .	59 53	274 34
Irkutsk . . .	52 16	104 19	40 50	174 12
De Bilt . . .	52 6	5 11	53 52	88 51
Cheltenham . .	38 44	283 9	50 5	349 50
Zi-ka-wei . . .	31 12	121 26	19 51	189 2
Honolulu . . .	21 19	201 56	20 57	265 58
Bombay . . .	18 54	72 49	9 48	143 7
Buitenzorg . .	— 6 35	106 47	— 18 3	175 4
Apia (Samoa-Obs.)	— 13 48	188 14	— 16 9	259 45

Es sei nun x die nach Norden, y die nach Osten gerichtete horizontale Komponente, Δx und Δy die tägliche Schwankung dieser Größen um ihren Mittelwert. Die vertikale Komponente, die in der besprochenen Arbeit natürlich gleichfalls behandelt wird, ist für die vorliegende Frage ohne Bedeutung und darf daher hier außer acht bleiben.

Δx und Δy sind an jeder Station periodische Funktionen der Ortszeit t und demgemäß in der Form

$$a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t + \ldots .$$

darstellbar. Unter der in erster Näherung zutreffenden Annahme, daß die tägliche Variation an allen Punkten eines Parallelkreises denselben Verlauf nimmt, sind die Koeffizienten a und b, die hier bis zur 4. Ordnung benutzt werden, von λ unabhängig und nur Funktionen von φ oder seinem Komplement, dem Polabstande u. Man erhält daher die räumliche Gestaltung und Lage des Variationsfeldes im Augenblick τ nach Weltzeit (d. h. Ortszeit des Anfangsmeridians) ohne weiteres, indem man t durch seinen Wert $\tau + \lambda$ ersetzt. Da das Feld sich ohne Gestaltänderung dreht, genügt seine Berechnung für einen beliebigen Augenblick, etwa für $\tau = 0$. So erhält man den Ausdruck

$$a_1 \cos \lambda + b_1 \sin \lambda + a_2 \cos 2\lambda + b_2 \sin 2\lambda + \ldots$$

dessen nur von u abhängige Koeffizienten nun noch als Funktionen dieser Größe darzustellen sind. Das geschieht am zweckmäßigsten in der Form einer Entwicklung nach Kugelfunktionen.

Besitzt nun das horizontale Teilfeld ein Potential, das mit R als dem Erdradius $R\Pi$ genannt werden möge, so gilt

$$\Delta x = \frac{\partial \Pi}{\partial u} \qquad \Delta y = -\frac{1}{\sin u}\frac{\partial \Pi}{\partial \lambda},$$

wenn man die jetzt gewöhnlich angewandte Vorzeichenwahl trifft. (Die Verfasserin benutzt, wohl in Anlehnung an Gauß, die entgegengesetzte Bezeichnungsweise.) Man kann danach Π sowohl aus Δx, wie aus Δy ableiten. Je nachdem, ob die beiden so erhaltenen Funktionen Π_x und Π_y innerhalb annehmbarer Fehlergrenzen übereinstimmen oder nicht, gewinnt man einen Anhalt zur Beantwortung der Frage nach der Existenz eines Potentials in dem einen oder dem andern Sinne. Setzt man Π in der Form an

$$\Pi = \Sigma(g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda)\, P_n^m(\cos u),$$

worin über n von 1 an, über m von 0 bis n zu summieren ist, so folgt

$$\Delta x = \Sigma(g_n^m \cos mh + h_n^m \sin m\lambda)\frac{dP_n^m}{du}$$

$$\Delta y = -\Sigma(m h_n^m \cos mh - m g_n^m \sin m\lambda)\frac{P_n^m}{\sin u}.$$

Beziehen sich also $a'\ b'$ auf Δx und $a''\ b''$ auf Δy, so erhält man zur Bestimmung der Koeffizienten g und h die je 10 Gleichungen (entsprechend den 10 Beobachtungspunkten) um-

[1]) Die namens der Internationalen Erdmagnetischen Kommission durch das Niederländische Meteorologische Institut besorgte Auswahl dieser Tage stützt sich auf die Angaben fast aller Magnetwarten. Näheres darüber findet man in dem Aufsatz: Die internationalen erdmagnetischen Charakterzahlen; Meteorol. Zeitschr. 1916, S. 481—492. In dieser Zeitschrift wird auch alljährlich die Liste der ruhigen Tage für das vorhergehende Jahr mitgeteilt.

fassenden, nach der Methode der kleinsten Quadrate aufzulösenden Gleichungssysteme[1])

$$\text{für } H_x \begin{cases} a_m' = g_m^m \frac{dP_m^m}{du} + g_{m+1}^m \frac{dP_{m+1}^m}{du} + \dots \\ b_m' = h_m^m \frac{dP_m^m}{du} + h_{m+1}^m \frac{dP_{m+1}^m}{du} + \dots \end{cases}$$

$$\text{für } H_y \begin{cases} b_m'' = g_m^m \frac{m P_m^m}{\sin u} + g_{m+1}^m \frac{m P_{m+1}^m}{\sin u} + \dots \\ -a_m'' = h_m^m \frac{m P_m^m}{\sin u} + h_{m+1}^m \frac{m P_{m+1}^m}{\sin u} + \dots \end{cases}$$

Macht man von vornherein die Voraussetzung, daß ein Potential besteht (wie es in den bisherigen Untersuchungen mit Ausnahme der Walkerschen geschehen ist), so sind einfach sämtliche Gleichungen mit g einerseits, mit h andrerseits in je ein System zusammenzufassen. Dabei einen Gewichtsunterschied einzuführen, liegt wohl kein Grund vor.

Das Ergebnis der von A. van Vleuten in der angegebenen Weise durchgeführten Rechnung ist in der Tabelle (S. 353) zusammengestellt, deren Zahlen jedoch in zweifacher Hinsicht von den originalen abweichen. Zunächst sind dem zuvor Bemerkten zufolge alle Vorzeichen umgekehrt. Dann aber habe ich die Entwicklung nicht auf die von der Verfasserin benutzten, mit den Gaußschen $P^{n,m}(\cos u)$[2]) übereinstimmenden Funktionen bezogen, sondern auf die davon durch einen konstanten Faktor unterschiedenen, von mir früher einmal vorgeschlagenen $R_m^n(\cos u)$, die für numerische Rechnungen zweckmäßiger sind und die Resultate in einer bequemer und sicherer zu überschauenden Form liefern[3]). Es ist, wenn a_m^n den von Heine in seinem Handbuch der Kugelfunktionen eingeführten Faktor

$$a_0^n = \frac{(2n-1)!!\,(2n-1)!!}{n!\,n!}$$

$$a_m^n = 2\,\frac{(2n-1)!!\,(2n-1)!!}{(n+m)!\,(n-m)!} \quad \text{für } n > 0$$

bedeutet[1])

$$R_m^n(\cos u) = \sqrt{(2n+1)}\, a_m^n\, P^{n,m}(\cos u).$$

Durch diese Festsetzung wird bewirkt, daß der (hier, wie auch weiterhin stets) für die ganze Kugelfläche gebildete quadratische Mittelwert von $R_m^n \cdot \cos m\lambda$ sowohl wie der von $R_m^n \cdot \sin m\lambda$ (hier natürlich mit Ausnahme des Falles $m = 0$) gleich 1, also durchgängig derselbe ist. In einer nach diesen Funktionen fortschreitenden Entwicklung ist somit der allgemeine Einfluß jedes Gliedes auf den Wert des ganzen Ausdrucks genau seinem Koeffizienten proportional. Bei Entwicklungen nach den $P^{n,m}$, die mit wachsendem n immer kleiner werden (der Maximalwert von $P^{1,1}$ ist 1, derjenige von $P^{7,1}$ nur 0,023), täuschen die großen Koeffizienten der höheren Glieder eine diesen gar nicht zukommende Bedeutung vor. In noch höherem Maße tritt das Umgekehrte und damit leicht eine bedenkliche Unterschätzung der höheren Glieder bei den Neumannschen Funktionen $P_{n,m}$ ein, die mit den von englischen Autoren meistens benutzten T_n^m identisch sind. (Der Höchstwert von $P_{1,1}$ ist 1, derjenige von $P_{6,6}$ beträgt 10 395.)

Mit Rücksicht auf die bekannten Integraleigenschaften der Kugelfunktionen folgt ferner, daß der quadratische Mittelwert eines linearen Aggregats $c_1 K_1 + c_2 K_2 + \dots$, wenn $K_1, K_2 \dots$ beliebige voneinander verschiedene Funktionen $R_m^n \cdot \cos m\lambda$ und $R_m^n \cdot \sin m\lambda$ bezeichnen, gleich $\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + \dots}$ ist.

Der erste Blick auf die Tabelle zeigt nun, daß H_x und H_y keineswegs auch nur näherungsweise übereinstimmen. Ihre Differenz $H_y - H_x$ ist von derselben Größenordnung, wie sie selbst. Danach scheint kaum ein Zweifel daran möglich, daß in der Tat kein Potential besteht, ein Schluß, den auch die Verfasserin zieht, und den Walkers allerdings weniger eingehende und ein minderwertigeres Material benutzende Untersuchung bestätigt.

Die genauere Betrachtung der Zahlen ist durchaus geeignet, den ersten Eindruck noch

1) Die Funktionen H_x und H_y sind nicht ganz unabhängig voneinander. Da jede einzelne von ihnen an den Polen die dort herrschende Variationskraft nach Richtung und Größe vollständig bestimmt, so ist die Bedingung zu erfüllen, daß beide dort zu übereinstimmenden Werten führen. Es drückt sich dies durch die Beziehungen $a_1' = +b_1''$ und $a_1'' = +b_1'$ aus, wobei das obere Zeichen für den Nordpol ($u = 0$), das untere für den Südpol ($u = \pi$) gilt. Diese vier streng zu erfüllenden Bedingungsgleichungen sind also den oben angegebenen Gleichungssystemen hinzuzufügen.

2) $$P^{n,m}(\cos u) = \sin u^m \left[\cos u^{n-m} - \frac{(n-m)(n-m-1)}{2(2n-1)} \cos u^{n-m-2} + \frac{(n-m)(n-m-1)(n-m-2)(n-m-3)}{2 \cdot 4 \cdot (2n-1)(2n-3)} \cos u^{n-m-4} - \dots \right]$$

3) Abhandlungen der II. Kl. d. k. Ges. d. Wiss. in München 1895, XIX. Bd., 1. Abt., S. 7. — Vgl. dazu eine Bemerkung von A. Schuster, Phil. Trans. Roy. Soc. London 1902, Series A, vol. 200, S. 202.

1) Hier ist die bequeme und oft recht nützliche, von A. Schuster (Phil. Trans. vol. 200, S. 182) eingeführte Schreibweise benutzt, nach der zufolge der Definition $n!! = n(n-2)!!$, für gerade oder ungerade positive Werte von n mit 2 oder 1 abbrechend,

$$n!! = n(n-2)(n-4)\dots$$

ist. Es folgt speziell $2!! = 2$, $1!! = 1$, $0!! = 1$ und ferner ist $(-2n)!! = \infty$, $(-2n-1)!! = (-1)^n : (2n-1)!!$ für jedes ganze positive n.

Tabelle II.

	Sommer			Winter		
	H_x	H_y	$H_y - H_x$	H_x	H_y	$H_y - H_x$
g_1^1	0,08	3,70	2,72	— 3,67	— 0,77	2,90
h_1^1	— 1,71	1,09	2,80	0,35	4,15	3,80
g_2^1	2,05	0,78	— 2,17	3,43	0,56	— 2,87
h_2^1	— 0,47	— 4,79	— 4,32	— 0,46	— 6,16	— 5,70
g_3^1	1,02	4,23	3,21	— 0,22	4,34	4,56
h_3^1	0,20	3,66	3,46	0,11	4,56	4,45
g_4^1	— 1,66	— 2,80	— 1,14	— 1,38	— 3,36	— 1,98
h_4^1	0,35	— 1,79	— 2,14	0,08	— 2,28	— 2,36
g_2^2	— 0,83	0,16	0,99	— 0,26	1,55	1,81
h_2^2	2,25	1,73	— 0,52	0,26	— 0,80	— 1,06
g_3^2	— 1,90	— 2,27	— 0,37	— 1,97	— 3,08	— 1,11
h_3^2	0,37	0,78	0,41	0,30	1,12	0,82
g_4^2	— 0,22	— 0,10	0,12	0,20	0,69	0,43
h_4^2	— 0,08	0,07	0,15	— 0,17	— 0,32	— 0,15
g_3^3	— 0,12	— 0,21	— 0,09	0,25	— 0,21	— 0,46
h_3^3	— 1,10	— 0,76	0,34	— 0,35	0,42	0,77
g_4^3	0,64	0,71	0,07	0,68	0,83	0,15
h_4^3	— 0,32	— 0,49	— 0,17	— 0,28	— 0,61	— 0,33
g_4^4	— 0,01	0,13	0,14	— 0,11	— 0,14	— 0,03
h_4^4	0,20	0,16	— 0,04	0,23	0,11	— 0,13

zu verstärken, da sie zeigt, daß $H_y - H_x$ einen systematischen Charakter besitzt. Zunächst fällt auf, daß es sich sowohl nach seiner allgemeinen (durch die gegenseitigen Verhältnisse und die Vorzeichen der Koeffizienten bestimmten) Form wie nach seinem Betrage in den beiden Halbjahren nahezu übereinstimmend ergibt, während H_x und H_y besonders gerade in den ersten, wichtigsten Gliedern im Sommer und Winter wesentliche Verschiedenheiten aufweisen.

Weiter zeigt sich, daß die Differenz $H_y - H_x$ mit wachsendem m nicht nur absolut, sondern auch relativ stark zurücktritt, mit andern Worten, daß sich die Abweichung vom wirbelfreien Zustande fast allein auf den durch $m = 1$ gekennzeichneten ganztägigen Teil der täglichen Schwankung beschränkt. Es spricht sich das am deutlichsten in der folgenden, auf das Jahresmittel bezüglichen Gegenüberstellung der quadratischen Mittelwerte der einzelnen periodischen Bestandteile aus:

Tabelle III.

m	1	2	3	4
$\frac{1}{2}(H_y + H_x)$	5,44	2,56	0,95	0,17
$\frac{1}{2}(H_y - H_x)$	4,69	0,95	0,35	0,05

Beachtenswert erscheint schließlich, daß sich die ganztägigen Glieder mit großer Annäherung in einen sehr einfachen Ausdruck zusammenfassen lassen. Man kann dafür ausgleichend unter Übergang auf den Zeitpunkt t schreiben:

$$A_1 = c \cdot \sin(\lambda + t + 38^{\circ},0)\,(0{,}450\,R_1^1 - 0{,}618\,R_1^2 + 0{,}578\,R_1^3 - 0{,}284\,R_1^4),$$

mit $c = 8{,}17$ im Sommer und $c = 11{,}02$ im Winter. Der Faktor von c hat den quadratischen Mittelwert 1. Die Rückberechnung der Koeffizienten g und h hieraus liefert die folgenden, den beobachteten befriedigend nahe kommenden Werte:

Sommer	g: 2,26	— 3,11	2,91	— 1,43
„	h: 2,90	— 3,98	3,72	— 1,83
Winter	g: 3,05	— 4,19	3,92	— 1,93
„	h: 3,91	— 5,36	5,02	— 2,47

Alles dieses — die beträchtliche Größe, die sehr einfache räumliche und zeitliche Gestaltung, die Übereinstimmung der Form in beiden Jahreszeiten, vielleicht sogar die etwas größere Intensität im Nordwinter, der Zeit der Sonnennähe — muß durchaus den Eindruck erwecken, daß hier ein großes einheitliches, die Erde als Ganzes beherrschendes Phänomen vorliegt, das die Ursache des aus den Beobachtungen erschlossenen magnetischen Wirbelfeldes in der Erdoberfläche bildet.

Damit entsteht die Frage nach der physikalischen Natur dieses Phänomens. Zwei Möglichkeiten bestehen. Entweder müssen elektrische Ströme die Erdoberfläche durchdringen, oder es müssen Verschiebungen elektrischer Ladungen stattfinden.

Im ersten Falle ergibt sich die Stromdichte zu

$$i = \frac{1}{4\pi R} \cdot \frac{\mathfrak{d}^2 (H_x - H_y)}{\sin u\, \mathfrak{d} u\, \mathfrak{d} \lambda} = 1{,}25 \cdot 10^{-10} \frac{\mathfrak{d}^2 A_1}{\sin u\, \mathfrak{d} u\, \mathfrak{d} \lambda},$$

wenn von $H_y - H_x$ nur der Hauptteil A_1 in Betracht gezogen wird[1]). Mit $c = 10\,\gamma = 0{,}0001\ T$ ist dies im Mittel von der Größenordnung von $10^{-14}\, g^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{cm}^{-\frac{3}{2}}\, s^{-1}$ oder 10^{-13} Amp.: cm^2. Das ist etwa das Hundertfache der tatsächlich vorhandenen, aus den luftelektrischen Messungen erschlossenen Vertikalströme. Diese Erklärung ist also als quantitativ unzulässig zu verwerfen.

Im zweiten Falle hat man, da sowohl die Erdrinde wie die Atmosphäre in der Höhe elektrisch leitet, mit einer Doppelschicht zu rechnen, die im Raume feststehend relativ zur Erde rotiert und daher auf dieser im Zwischenraum ein magnetisches Feld hervorruft. Damit dieses mit

1) Die Einsetzung des oben für A_1 angegebenen Ausdrucks liefert für i an den Polen unendliche Werte. Es liegt dies daran, daß die dabei zugrunde liegenden Werte der g und h nicht der früher (S. 352 Anm. 1) angegebenen Bedingung genügen.

$H_y - H_x$ identisch sei, muß die Änderungsgeschwindigkeit der Flächendichtigkeit $\pm\varepsilon$ der beiden Belegungen

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{86400}{2\pi} \cdot \frac{1}{4\pi R} \cdot \frac{\partial^2 (H_y - H_x)}{\sin u \, \partial u \, \partial \lambda}$$

$$= 1{,}7 \cdot 10^{-6} \frac{\partial^2 A_1}{\sin u \, \partial u \, \partial t}$$

sein. (Der Zahlenfaktor beruht darauf, daß die Einheit von t gleich $86400 : 2\pi$ Sekunden ist.) Hieraus folgt

$$\varepsilon = 1{,}7 \cdot 10^{-6} c \sin(\lambda + t + 38^0{,}0)$$
$$\sin u^{-1} \frac{d}{du} (0{,}450 \, R_1^1 - \ldots).$$

Die äußersten Werte, zwischen denen ε im Laufe des Tages periodisch schwankt, sind demnach von der Größenordnung von $10^{-6} c$, d. i. $10^{-10} g^{\frac{1}{2}} \, cm^{-\frac{3}{2}} s^{-1}$ oder 10^{-9} Coulomb : cm². Bedenkt man, daß die dem beobachteten mittleren Potentialgefälle entsprechende Oberflächenladung der Erde nur eine Dichte von rund $5 \cdot 10^{-4}$ elektrostatischen Einheiten oder $1{,}7 \cdot 10^{-13}$ Coulomb auf 1 cm² besitzt, so erkennt man ohne weiteres, daß auch die zweite Erklärungsmöglichkeit versagt.

Das negative Ergebnis dieser Erwägungen, das mit den vorausgehenden empirischen Feststellungen im Widerspruch steht, nötigt dazu, diese einer erneuten, eingehenderen Prüfung zu unterziehen. Es liegt nahe, sich zu diesem Zwecke zunächst einmal einen Überblick über die Verteilung der Werte zu verschaffen, die $H_y - H_x$ auf der Erdoberfläche annimmt. Setzt man, mit p und q als Funktionen von u, die sich unmittelbar aus den früher für H_x und H_y aufgestellten Ausdrücken ergeben,

$$H_y - H_x = \Sigma (p_m \cos m\lambda + q_m \sin m\lambda),$$

so erhält man für die Koeffizienten p_1 q_1 des ganztägigen Teiles, auf den die Betrachtung nach dem Vorhergehenden beschränkt werden darf, die in der nachstehenden Tabelle zusammengestellten Werte, von denen die unter (Jahr) angegebenen der ausgeglichenen Darstellung (S. 353) entsprechen.

Der Anblick dieser Zahlen klärt den anscheinenden Widerspruch mit einem Schlage auf. Sie zeigen, daß die Differenz $H_y - H_x$ in dem ganzen von etwa $u = 30^0$ bis $u = 100^0$ reichenden Gebiete, aus dem die benutzten Beobachtungen stammen, klein ist und nur auf der südlichen Halbkugel hohe Werte besitzt. Dasselbe gilt natürlich von den ihr entsprechenden Anteilen in Δx und Δy, die durch

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial u} (H_y - H_x) \quad \text{und} \quad -\frac{1}{2 \sin u} \frac{\partial}{\partial \lambda} (H_y - H_x)$$

Tabelle IV.

u	Sommer		Winter		(Jahr)	
	p_1	q_1	p_1	q_1	p_1	q_1
0°	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10	1,1	— 1,6	0,1	— 1,4	— 0,5	— 0,6
20	2,2	— 2,4	0,6	— 2,1	— 0,6	— 0,7
30	3,2	— 2,0	1,4	— 1,4	— 0,1	— 0,1
40	3,9	— 1,0	2,2	— 0,8	0,6	0,8
50	3,9	0,4	2,6	0,4	1,4	1,7
60	3,0	0,9	1,8	0,7	1,2	1,5
70	1,6	0,5	0,2	0,2	0,4	0,6
80	0,1	— 0,4	— 1,6	— 0,7	— 0,7	— 0,8
90	— 0,4	— 0,7	— 2,5	— 0,6	— 0,9	— 1,1
100	0,4	0,5	— 0,8	1,5	0,5	0,6
110	3,2	4,1	3,5	6,5	3,9	5,0
120	7,4	9,9	10,1	13,8	9,2	11,7
130	11,8	16,2	17,2	20,4	14,7	18,8
140	15,1	21,1	23,1	27,1	19,0	24,3
150	15,8	22,4	24,0	28,7	20,0	25,5
160	13,1	18,7	20,1	23,4	16,6	21,2
170	7,5	10,7	11,5	13,3	9,5	12,1
180	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

dargestellt werden, und deren Koeffizienten a_1 und b_1 danach ungefähr mit p_1 und q_1 gleichwertig sind. Zieht man zum Vergleich damit in Betracht, daß die aus H_x und H_y berechneten Koeffizienten a_1' b_1' a_1'' b_1'' von den beobachteten durchschnittlich um 1 bis 2 γ, vereinzelt noch merklich stärker abweichen, so hat man die für $u < 110^0$ gefundenen Werte von p_1 q_1 als sachlich bedeutungslos anzusehen; gehen sie ja doch dort nirgends über die durch die analytische Darstellung nicht erfaßten Beträge hinaus. Das heißt nichts anderes, als:

In dem Gebiete, aus dem allein Beobachtungen verwendet worden sind, stehen diese innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der Darstellung mit der Annahme eines Potentials im Einklang.

Da überdies die entgegengesetzte Annahme physikalisch unmöglich erscheint, so kann mit Sicherheit behauptet werden, daß das horizontale Variationsfeld bis auf einen etwaigen weit unter der bisherigen Beobachtungsschärfe liegenden Bruchteil wirbelfrei ist.

Man wird daher bei künftigen Untersuchungen über die tägliche Variation unbedenklich und zweckmäßigerweise wieder von vornherein ein Potential annehmen und demgemäß Δx und Δy zusammenfassend behandeln. Immerhin wäre es eine dankenswerte Aufgabe, die vorliegende Berechnung unter Hinzunahme der freilich sehr spärlichen und weniger vollkommenen Beobachtungen aus mittleren südlichen Breiten zu wiederholen. Dabei wäre auch die Stetigkeitsbedingung für die Pole zu berücksichtigen, was allein schon wahrscheinlich den mittleren Betrag von $H_y - H_x$ merklich verringern würde.

Kann die Frage hiernach als erledigt gelten, so verdient doch ein Punkt noch eine kurze Erörterung: die beträchtliche Größe und die annähernde zeitliche Konstanz der Koeffizienten von $H_y - H_x$. Gerade darauf als auf einen anscheinend für die Realität dieser Differenz sprechenden Umstand war ja zuvor hingewiesen worden. Die Erklärung liegt darin, daß die benutzte analytische Form der Darstellung nur eine rohe Annäherung gewährt und daß zugleich die Verteilung der gegebenen Funktionswerte über ein beschränktes Gebiet für die Ausgleichung sehr ungünstig ist. Die tägliche Variation ist zwar in erster Linie, aber doch nicht ausschließlich von der geographischen Breite abhängig; sie unterscheidet sich an verschiedenen Punkten desselben Parallelkreises recht merklich, und zwar scheinen dabei regellose lokale (oder wenigstens regionale) Einflüsse (die vielleicht mit der Leitfähigkeit und Permeabilität der Erdrinde zusammenhängen) eine Rolle zu spielen[1]). Die Theorie läßt aber auch einen systematischen, vom einfachen Winkel λ abhängigen und daher gerade die Koeffizienten a_1 b_1 beeinflussenden Anteil erwarten, den auch Schuster in seiner zweiten Arbeit behandelt hat. Dieser ist eine Folge davon, daß das primäre induzierende Magnetfeld nicht symmetrisch zur Rotationsachse der Erde angeordnet ist, sondern daß seine Achse nach dem früher erwähnten, vom Nordpol um $11^1/_2{}^0$ entfernten Punkte φ_0 λ_0 gerichtet ist. Man könnte diesem Umstande angenähert Rechnung tragen, wenn man als Argument u nicht $\frac{\pi}{2} - \varphi$, sondern $\frac{\pi}{2} - \Phi$, besser noch einen gewissen Zwischenwert benutzte. Streng zu berücksichtigen ist er durch Hinzufügung entsprechender Glieder zu dem Potentialausdruck. Aber da dadurch die Zahl der zu bestimmenden Koeffizienten wächst, so wird die Ausgleichung noch ungünstiger, und man wird zu einer solchen formell strengeren Behandlung des Problems mit Erfolg erst dann übergehen können, wenn man zusammenhängende Beobachtungen von viel zahlreicheren und besser verteilten Stationen besitzt. (Es sei gestattet zu bemerken, daß mich dieser Umstand veranlaßt hat, eine längst geplante und mehrmals in Angriff genommene eigene Bearbeitung des Potentials der täglichen Variation immer wieder aufzuschieben.) Die Bearbeitung von Fritsche, die sich auf die Beobachtungen fast aller Observatorien stützt, verdankt es unzweifelhaft diesem Umstande, daß ihre Ergebnisse trotz der Zusammenfassung von ganz inhomogenem Material ein im ganzen wohl zutreffendes Bild geben[1]).

Daß sowohl der hier besprochene Teil der Schwankung, wie auch die Außerachtlassung der Polbedingungen nur die vom einfachen Winkel abhängigen Glieder beeinflussen, macht es verständlich, daß in $H_y - H_x$ die Koeffizienten g_n^1 h_n^1 in der früher hervorgehobenen Weise gegenüber den übrigen g_n^m h_n^m usw. vorherrschen.

1) Vgl. Archiv des Erdmagnetismus. Heft 1, S. 9. Potsdam 1903.

1) Eine Abschätzung der aus der zu geringen Anzahl und schlechten Verteilung der erdmagnetischen Observatorien entspringenden Unsicherheit der Potentialberechnung habe ich in den Beiträgen zur Geophysik 3, 225 bis 246. 1898 gegeben.

(Eingegangen 6. April 1918.)

Vergleichung der mikroseismischen Bewegung in de Bilt, Potsdam und Pulkowa.

Von Otto Meißner.

Erfreulicherweise veröffentlichen jetzt immer mehr Erdbebenwarten auch ausführlichere Tabellen der kurzperiodischen mikroseismischen Bewegungen, da die Erkenntnis von der Wichtigkeit und Bedeutsamkeit dieser interessanten Erscheinung sich immer weiter verbreitet. So hat auch jetzt Herr van Dijk die mikroseismischen Bewegungen in de Bilt in der Zeit von Mitte April 1908 bis Ende 1915 herausgegeben. Leider hat er aber dabei nicht die wahren Bodenbewegungen angegeben, sondern die mikroseismischen Bewegungen in 4 Klassen nach der Stärke ihres Auftretens eingeteilt, und zwar bedeutet:

Klasse 0 = schwach = etwa 0 — $1^1/_2$ μ,
„ 1 = mäßig = „ $1^1/_2$ — 5 μ,
„ 2 = stark = „ 5 — 10 μ,
„ 3 = heftig = „ über 10 μ.

Da die Klassen von 0—2 eine fast lineare Skala der Bodenbewegung ergeben und die Klasse 3 verhältnismäßig selten vorkommt, habe ich geglaubt, ohne weiteres die Tageswerte zu Monatsmitteln und weiter zusammenfassen zu dürfen. Es scheint, zumal in der Meteorologie, noch immer nicht überall genügend beachtet zu werden, daß man Schätzungen doch nicht ohne weiteres mitteln kann, sondern erst nach Umwandlung in Größen, die eine exakte physikalische Bedeutung haben. — Wo für einen Tag 2 oder 3 Klassen angegeben waren, habe ich das Mittel genommen, also z. B. $^1/_2$ für 0,1, $2^1/_2$ für 3, 2, 3 usf. Die folgende Tabelle I gibt die Monatsmittel.

Man sieht sofort, daß auch hier der von anderen Stationen her bekannte jährliche Gang vorliegt. Die Entwicklung ergibt, wenn $t = {}^1/_2$

Tabelle I. Mikroseismische Bewegung in de Bilt.
(Klassenmittel.)

Jahr	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember	Mittel
1908	—	—	—	—	0,74	0,37	0,18	0,32	0,58	0,68	1,15	1,37	—
1909	1,32	1,02	1,06	0,78	0,62	0,15	0,50	0,24	0,33	1,27	1,11	1,34	**0,81**
1910	1,58	1,66	0,84	0,88	0,53	0,28	0,45	0,34	0,35	0,82	1,50	1,53	**0,90**
1911	1,20	1,21	1,05	0,63	0,28	0,25	0,18	0,10	0,48	0,81	1,48	1,34	**0,75**
1912	1,24	1,40	1,20	0,60	0,39	0,48	0,13	0,63	0,70	0,92	1,16	1,48	**0,86**
1913	1,69	1,22	1,45	0,79	0,45	0,37	0,16	0,07	0,25	0,73	1,41	1,58	**0,85**
1914	1,19	1,53	1,30	0,83	0,71	0,25	0,39	0,55	0,94	0,60	1,07	1,85	**0,93**
1915	1,55	1,59	1,02	0,89	0,45	0,22	0,56	0,34	0,50	0,82	1,28	1,68	**0,91**
Mittel	**1,40**	**1,38**	**1,13**	**0,77**	**0,52**	**0,30**	**0,32**	**0,32**	**0,52**	**0,83**	**1,27**	**1,52**	**0,86**
m. F.	±0,08	±0,09	±0,08	±0,04	±0,06	±0,04	±0,05	±0,07	±0,08	±0,07	±0,06	±0,06	±0,02

Tabelle II. Potsdam : de Bilt.

Jahr	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember	Mittel
1913	0,64	0,75	0,50	0,67	0,82	0,76	0,19	0,86	0,83	1,78	0,99	0,67	0,81
1914	0,73	0,58	0,64	0,87	0,58	0,12	0,13	0,05	0,29	0,32	0,55	0,31	0,41
1915	0,36	0,29	0,23	0,22	0,11	0,15	0,23	0,09	0,56	0,63	0,37	0,19	0,31
Mittel	**0,58**	**0,54**	**0,46**	**0,59**	**0,44**	**0,44**	**0,18**	**0,34**	**0,56**	**0,91**	**0,64**	**0,38**	**0,51**
m. F.	±0,11	±0,14	±0,12	±0,19	±0,20	±0,18	±0,03	±0,27	±0,16	±0,44	±0,18	±0,15	±0,05

Pulkowa (Komp. N) : de Bilt.

1912	0,69	0,41	0,42	0,80	0,64	0,21	(2,15)	0,41	0,54	0,68	0,81	0,51	
1913	0,54	1,02	0,58	0,69	0,64	0,89	0,75	(3,30)	1,36	0,87	0,82	0,70	
1914	0,82	0,61	0,35	0,81	0,60	0,84	—	—	—	—	—	—	
Mittel	**0,68**	**0,68**	**0,45**	**0,77**	**0,63**	**0,59**	**(1,45)**	**(1,85)**	**0,95**	**0,78**	**0,82**	**0,60**	

für Januar, $= r^1/_2$ für Februar usf. gesetzt wird, für die mikroseismische Bewegung in de Bilt in Klassengrößen c:

$$MsB = 0c{,}86 + (0c{,}627 \pm 0c{,}036)\cos(30t - 11)^0 + (0c{,}039 \pm 0c{,}045)\cos(60t - 312)^0.$$

Die Halbjahrsperiode ist nicht reell. Das mittlere Fehlerquadrat steigt sogar bei ihrer Einführung von 0,0112 auf 0,0128. Die Phase der Jahresperiode von 11° stimmt genau mit dem Mittel aus den 5 nord- und mitteleuropäischen Stationen Upsala, Hamburg, Göttingen, Potsdam und Graz überein. In wahre Bodenbewegungen umgerechnet, beträgt das Jahresmittel etwa 2,60 μ, die Konstante des jährlichen Gliedes 2,08 μ. Das sind Größen wie in der Küstenstation Hamburg: im Binnenlande ist die Stärke der mikroseismischen Bewegung nicht unerheblich geringer. Die durch die Umrechnung der Schätzungen in wahre Bodenbewegungen hineingekommene Unsicherheit dürfte daran nicht viel ändern. Das Verhältnis der Konstanten des jährlichen Gliedes zum Jahresmittel, hier also 2,08 : 2,60, ist etwas kleiner als der Durchschnitt.

Nicht uninteressant ist eine Vergleichung der Monatsmittel von de Bilt mit anderen Stationen, als welche ich Potsdam und Pulkowa ausgewählt habe. Dabei kann es sich natürlich, da ich die Schätzungen van Dijks nicht in Bodenbewegung umgewandelt habe, nicht um den Absolutwert der Quotienten, sondern nur um ihre Verhältnisse handeln. Bei der Vergleichung mit Potsdam fällt auf, daß die Werte der Quotienten von Mai 1914 ab ziemlich plötzlich erheblich kleiner werden. Es ist nicht leicht, zu entscheiden, worauf diese etwas auffällige Erscheinung zurückzuführen ist. Die Vergleichung mit Pulkowa kann keinen Aufschluß hierüber geben, da die Pulkowaer Beobachtungen seit dem Beginne des Weltkrieges nicht mehr an uns gelangt sind. Für 1913, leider das einzige Jahr für das Beobachtungen aller 3 Stationen vorliegen, stimmen die Werte der Quotienten Potsdam : de Bilt und Pulkowa : de Bilt, in Anbetracht ihrer Unsicherheiten, ziemlich gut überein. Es bleibt also nichts übrig, als die Werte zu nehmen, wie sie sind.

Abgesehen von den Sommermonaten, in denen die Intensität der mikroseismischen Bewegung sehr gering ist, der Quotient daher nur sehr unsicher herauskommt, ist ein Gang in den Monatswerten nicht zu erkennen. Das Abbe-Helmertsche Kriterium ergibt für Potsdam als Wert des Verhältnisses $2A : B$, das theoretisch $= 1$ sein sollte, den Wert $1{,}43 \pm 0{,}30$; mit Rücksicht auf die großen mittleren Fehler der einzelnen Monatsmittel kann man hierin nichts Auffälliges erblicken. Also auch diese Methode zeigt, daß

die kurzperiodische mikroseismische Bewegung von Holland bis Rußland einen einheitlichen Charakter trägt, dem gegenüber die im einzelnen natürlich zahlreich vorhandenen, offenbar mehr oder weniger örtlich bedingten Verschiedenheiten sich schon im Mittel nur ganz weniger Jahre völlig herausheben.

Bereits früher[1]) habe ich gezeigt, daß sogar für Sibirien bzw. Nord- und Innerasien genau das gleiche gilt. Zwar geben Küstenstationen, wie de Bilt und Hamburg, absolut höhere Werte für die Stärke der mikroseismischen Bewegung, aber ob Küsten- oder Binnenlandsstation, der jährliche Gang ist überall ganz derselbe. Es müssen also große Teile der Erdkruste gleichzeitig in diese regelmäßigen Schwingungen versetzt werden, die sich nur je nach dem Untergrunde der Stationen mehr oder weniger stark bemerkbar machen.

Potsdam, Geodätisches Institut, 14. Mai 1918.

(Eingegangen 15. Mai 1918.)

1) Diese Zeitschr. 19, 1—2, 1918.

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Die Resultate der geometrischen Strukturtheorien und die Ergebnisse der Analyse durch Röntgenstrahlen.

Von W. Voigt.

Spezieller Teil I. (Schluß.)

Nr. 21. Zusammengesetztes Rhomboedersystem.

Formel: $\mathfrak{A}(3,0)$, $\mathfrak{L}_b(2,0)$, $\mathfrak{a}, \pm\frac{1}{3}\mathfrak{c}$, $\mathfrak{c}$. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen ebene Dreipunkter vom Typ Fig. 33', und zwar je drei durch ein Grunddreieck von den Seiten $\mathfrak{b}$ verbundene Achsen in drei um $\frac{1}{3}\mathfrak{c}$ verschiedenen Höhen. Enantiomorphie kommt dabei ebensowenig zustande, wie in der analogen Nr. 17. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(3,\pm 1)$, $\mathfrak{C}(3,\mp 1)$. Liegt $\mathfrak{L}_b$ in der Vertikalebene $\mathfrak{AB}$, so ist damit in gleicher Höhe eine gleiche Achse $\mathfrak{L}_b'$ in der Ebene $\mathfrak{AC}$ verbunden; ferner folgen in der um $\frac{1}{3}\mathfrak{c}$ höheren Ebene zwei zu $\mathfrak{L}$ und $\mathfrak{L}'$ parallele Schraubenachsen $\mathfrak{P}(2,1)$ und $\mathfrak{P}'(2,1)$, weiter in der wiederum $\frac{1}{3}\mathfrak{c}$ höheren Ebene zwei mit $\mathfrak{L}$ und $\mathfrak{L}'$ parallele und gleichartige Drehachsen durch $\mathfrak{C}$ und $\mathfrak{B}$, endlich im Abstand $\frac{1}{3}\mathfrak{c}$ von der ersten Ebene Wiederholung des dort Vorhandenen (Fig. 37). (Sch. $\mathfrak{D}_3^1$.)

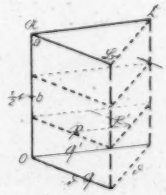


Fig. 37. (Nr. 21.)

Nr. 21a. Spiegelpunkt

a) auf einer Vertikalachse im Schnittpunkt mit einer Querachse; (Sch. $\mathfrak{D}_{3,d}^5$),

b) ebenda mitten zwischen zwei derartigen Schnittpunkten. (Sch. $\mathfrak{D}_{3,d}^6$)

Nr. 22/23. Rechtes und linkes abwechselndes Dreipunktschraubensystem.

Formel: $\mathfrak{A}(3,\pm 1)$, $\mathfrak{L}_a(2,0)$, $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{c}$. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen in gleichen Höhen gewundene Dreipunkter vom Typ Fig. 33''. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(3,+1)$, $\mathfrak{C}(3,\pm 1)$. Ferner in den um $\frac{1}{3}\mathfrak{c}$ und $\frac{1}{6}\mathfrak{c}$ über der Grundebene liegenden Ebenen mit $\mathfrak{L}_a$ gleichartige Achsen $\mathfrak{L}_a'$ und $\mathfrak{L}_a''$ in um $\pm 60^0$ und $\pm 120^0$ dagegen gedrehten Stellungen; endlich in jeder dieser drei Ebenen zu den $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{L}'$, $\mathfrak{L}''$ parallele Schraubenachsen $\mathfrak{P}_a(2,1)$, $\mathfrak{P}_a'(2,1)$, $\mathfrak{P}_a''(2,1)$ im Abstand $\pm\mathfrak{a}\sqrt{3}$, die außerhalb des in Fig. 38 wiedergegebenen Prismas

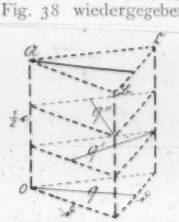


Fig. 38. (Nr. 22/23.)

fallen. Diese Anordnungen wiederholen sich in Ebenen mit dem Abstand $\frac{1}{2}\mathfrak{c}$. (Sch. $\mathfrak{D}_3^4$ und $\mathfrak{D}_3^{\prime\prime}$.)

Nr. 24. Abwechselndes dreiseitiges Säulensystem.

Formel: $\mathfrak{A}(3,0)$, $\mathfrak{L}_a(2,0)$, $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{c}$. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen zusammengesetzte ebene Dreipunkter vom Typ Fig. 33' in gleichen Höhen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(3,0)$, $\mathfrak{C}(3,0)$, dazu die bei Nr. 22/23 beschriebenen Querachsen $\mathfrak{L}$ und $\mathfrak{P}$, doch so, daß alle drei um $\pm 60^0$ und $\pm 120^0$ gegeneinander gedrehten Systeme in dieselbe Ebene fallen (Fig. 39). (Sch. $\mathfrak{D}_3^{\prime\prime}$.)

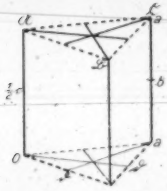


Fig. 39. (Nr. 24.)

Nr. 24α. Spiegelpunkt

a) auf einer Achse $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ im Schnittpunkt mit einer Ebene der $\mathfrak{L}$; (Sch. $\mathfrak{D}^3_{3,d}$),

b) ebenda mitten zwischen zwei Schnittpunkten. (Sch. $\mathfrak{D}^4_{3,d}$)

Nr. 24β. Spiegelebene

a) normal zu $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ in einer Ebene der $\mathfrak{L}$; (Sch. $\mathfrak{D}^3_{3,h}$),

b) ebenso aber mitten zwischen zwei $\mathfrak{L}$-Ebenen (Sch. $\mathfrak{D}^4_{3,h}$)

Von den Typen der Abteilung III B haben die kristallographische Symmetrie $\{A^3_z, A^2_x\}$ die Nr. 18/19, 20, 21, 22/23 und 24; die Symmetrie $\{C, A^3_z, A^2_x\}$ die Nr. 20α a und b, 21α a und b, 24α a und b, die Symmetrie $\{A^3_z, A^2_x, E_z\}$ die Nr. 20β a und b, Nr. 24β a und b.

IV. Klasse. Vierzählige Hauptachsen.

Wenn unter einer Schar paralleler Dreh- und Schraubenachsen die höchste Zähligkeit = 4 ist, so zerfallen die vierzähligen Achsen in zwei unter sich gleichartiger Gruppen, die durch $\mathfrak{A}(4, p)$ und $\mathfrak{B}(4, q)$ bezeichnet werden mögen. Ihre Schnittpunkte mit einer zu ihrer Richtung normalen Grundfläche bilden ein quadratisches Netz, und zwar stehen sich in jeder Masche Schnittpunkte gleichartiger Achsen diagonal gegenüber. Durch den Mittelpunkt der Masche geht eine zu $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ parallele zweizählige

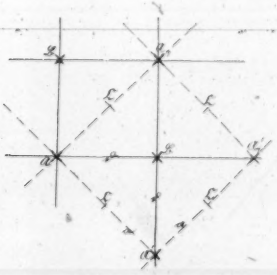


Fig. 40.

Achse, die $\mathfrak{C}(2, r)$ genannt werden mag. (Siehe Fig. 40, in der die Vier- und Zweizähligkeit durch vier- und zweispitzige Sterne angedeutet ist.)

Die Seiten der obigen quadratischen Maschen mögen $\mathfrak{d}$, bzw. $\mathfrak{d}_1$ und $\mathfrak{d}_2$ bei $\mathfrak{d}_1 = \mathfrak{d}_2$, heißen. Die gleichartigen Achsen (z. B. $\mathfrak{A}$) für sich geben in der Grundfläche ein zweites quadratisches Schnittpunktsnetz, dessen Maschen die Diagonalen des ersten Systems zu Seiten haben. Wir nennen dieselben $\mathfrak{a}$, bzw. $\mathfrak{a}_1$ und $\mathfrak{a}_2$ bei $\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{a}_2$; es gilt dann $\mathfrak{a} = \mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$. Um wenn nötig verschiedene Achsen $\mathfrak{A}$ eines Quadrats zu unterscheiden, sollen diejenigen der einen Seitenrichtung durch obere, die der anderen durch untere Indizes ausgezeichnet werden.

Außer den Grundstrecken $\mathfrak{d}$ bzw. $\mathfrak{a}$ dient zur Charakteristik der Anordnung wie früher noch die Periode $\mathfrak{c}$ parallel den Achsen. Ein quadratisches Prisma mit den Seiten $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$ und $\mathfrak{c}$ stellt in gewissem Sinne das Elementarbereich der Anordnung dar. —

Eine vierzählige Dreh- oder Schraubenachse läßt innerhalb der Periode $\mathfrak{c}$ durch die entsprechende Deckbewegung aus einem Punkt (oder Atom) P weitere drei P', P'', P''' in um 90^0, 180^0, 270^0 gedrehten Meridianen entstehen. Im Falle der Drehachse (z. B. $\mathfrak{A}(4,0)$) liegen diese vier Punkte alle in derselben (horizontalen) Ebene; im Falle der einfachen Schraubenachse (z. B. $\mathfrak{A}(4, +1)$) liegen sie auf einer Schraube mit der Ganghöhe $\mathfrak{c}$, also z. B. in Höhen 0, $\frac{1}{4}\mathfrak{c}$, $\frac{2}{4}\mathfrak{c}$, $\frac{3}{4}\mathfrak{c}$; im Falle der doppelten Schraubenachse [z. B. $\mathfrak{A}(4,2)$] auf zwei Schraubenlinien mit der Ganghöhe $2\,\mathfrak{c}$, paarweise einander diametral gegenüber in den Höhen 0 und $\frac{1}{2}\mathfrak{c}$. Diese drei Arten von „Vierpunktern" P, P', P'', P''', welche kurz als eben, einfach und doppelt gewunden unterschieden werden mögen und durch die Fig. 41 veranschaulicht werden, sind die Elemente, aus denen sich die Anordnungen aufbauen, die auf den vorausgesetzten Scharen vierzähliger Achsen beruhen. Ein System von Punkten oder Atomen, das sich in bezug auf eine vierzählige Achsenart (z. B. $\mathfrak{A}$) in einer solchen Gruppierung ordnet, muß sich in bezug auf die andere (also $\mathfrak{B}$) ebenfalls in einer dieser Gruppierungen darstellen; außerdem muß es sich in bezug auf die zweizähligen Achsen $\mathfrak{C}$ in zwei Hälften sondern, deren jede für sich der Deckbewegung der $\mathfrak{C}$ entspricht.

Da die verschiedenen vierzähligen Achsen derselben Art (z. B. $\mathfrak{A}$) sich durch zwei- und vierzählige Deckbewegungen miteinander austauschen, so müssen die vier Meridiane durch die eine vierzählige Achse $\mathfrak{A}$ bzw. $\mathfrak{B}$, in denen die Punkte P, P', P'', P''' liegen, für alle Achsen $\mathfrak{A}$ bzw. $\mathfrak{B}$ einander parallel sein. Bezeichnet man aber die in parallelen Meridianen gelegenen Punkte mit

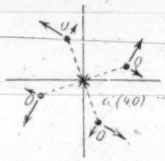


Fig. 41'.

Fig. 41''.

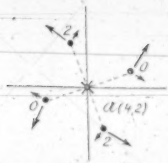


Fig. 41'''.

demselben Symbol, so können die gleichen P bei verschiedenen Achsen derselben Art in verschiedener Höhe liegen; denn wenn die Achsenart $\mathfrak{C}$ Schraubencharakter hat, so ist mit der Drehung um sie eine Schiebung parallel der Achse im Betrage $\frac{1}{2}$ c verbunden. Hieraus ergibt sich, daß je nach Umständen (außer der Periode c) a oder aber $a + \frac{1}{2}$ c eine Deckschiebung des Systems sein wird.

Mit dem vorstehend beschriebenen System von Vertikalachsen können Querdreh- und schraubenachsen verbunden sein, deren Deckbewegungen natürlich wieder alle Vertikalachsen mit gleichartigen austauschen müssen. Fig. 42 veranschaulicht die Wirkung der Kombination einer Vertikalachse $\mathfrak{A}(4,1)$ bzw. $\mathfrak{A}(4,2)$ mit einer sie schneidenden Querdrehachse $\mathfrak{Q}(2,0)$. Der Fall einer Achse $\mathfrak{A}(4,0)$ folgt aus ersterem durch Vertauschung der Ziffern 0, 1, 2, 3 mit 0, 0, 0, 0. Liegt $\mathfrak{Q}$ um h über der 0-Ebene, so 0', 1', 2', 3' um $2h$ über 0, 1, 2, 3. Die bez. drei Typen können als ebene, einfach- und doppeltgewundene, zusammengesetzte oder doppelte Vierpunkter bezeichnet werden. Keine dieser Anordnungen hat eine Symmetrieebene, weil die Atomlagen sich nicht spiegelbildlich entsprechen. Schneidet die Querachse die Vertikalachse $\mathfrak{A}$ nicht, so fallen die Atome 0', 1', 2', 3' auf eine andere Achse als 0, 1, 2, 3; es entstehen in diesem Falle also nicht zusammengesetzte Atomsysteme, sondern eine verdoppelte Anzahl einfacher Vierpunkter.

Spiegelpunkte $\mathfrak{Z}$, Spiegel- und Gleitspiegelebenen $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{G}$ müssen, ebenso wie Querachsen, alle Vertikalachsen mit gleichartigen austauschen. Kombinationen dieser Elemente zweiter Art mit enantiomorphen Anordnungen kommen nach S. 245 nicht in Betracht. Das Hineinfallen einer Achse $\mathfrak{A}(4,p)$ in eine Spiegelebene ist nur im Falle $p = 0$ oder $p = 2$ zulässig. Die Wirkung der letzteren Kombination wird durch Fig. 43 veranschaulicht. Fällt die Achse nicht in die Spiegelebene, so entstehen zwei getrennte einfache Vierpunkter; Gleiches gilt stets bei Einführung einer Gleitspiegelebene.

Abteilung A. Ohne Querachsen.

Nr. 25/26. Rechtes und linkes Vierpunktschraubensystem.

Formel: $\mathfrak{A}(4,+1)$, a, c. Alle Achsen tragen einfach gewundene Vierpunkter des Typs Fig. 41'' in gleichen Höhen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(4,\pm 1)$, $\mathfrak{C}(4,+1)$. Zwei enantiomorphe Anordnungen. (Sch. $\mathfrak{C}_4^2$ und $\mathfrak{C}_4^1$.)

Nr. 27. Vierzähliges Gegenschraubensystem.

Formel: $\mathfrak{A}(4,\pm 1)$, $a + \frac{1}{2}$ c, c. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen einfach gewundene Vierpunkter, aber $\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{A}_1'$ in einer Höhendifferenz $\frac{1}{2}$ c gegen $\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{A}'$. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(4,\mp 1)$, $\mathfrak{C}(2,0)$. Die $\mathfrak{B}$ haben also in jedem Falle den entgegengesetzten Schraubungssinn, wie die $\mathfrak{A}$. (Sch. $\mathfrak{C}_4^u$.)

Nr. 27α. Spiegelpunkt

a) auf einer Geraden mitten zwischen zwei nächsten Achsen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$. (Sch. $\mathfrak{C}_{4,h}^0$.)

Nr. 27β. Spiegelebene

a) normal zu einer Ebene benachbarter $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ und in der Mitte zwischen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$. (Sch. $\mathfrak{C}_{4,v}^0$)

Fig. 42.

Fig. 42'.

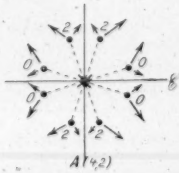


Fig. 43.

Nr. 27γ. Gleitspiegelebene

a) ebenso gelegen, Gleitbetrag $\frac{1}{2}$ c. (Sch. $\mathfrak{C}^{10}_{4,v}$)

Nr. 28. **Zweigängiges Vierpunktschraubensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(4,2)$ a, c. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen doppelt gewundene Vierpunkter vom Typ Fig. 41‴ in gleicher Höhe. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(4;2)$, $\mathfrak{C}(2,0)$. (Sch. $\mathfrak{C}^3_v$)

Nr. 28α. Spiegelpunkt

a) auf irgendeiner Achse $\mathfrak{A}$ oder $\mathfrak{B}$; (Sch. $\mathfrak{C}^8_{4,h}$),

b) auf einer Geraden mitten zwischen zwei benachbarten $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$, beliebig gelegen. (Sch. $\mathfrak{C}^4_{4,h}$)

Nr. 28β. Spiegelebene

a) durch zwei benachbarte $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$; (Sch. $\mathfrak{C}^8_{4,v}$),

b) mitten zwischen zwei benachbarten Ebenen $\mathfrak{AB}$. (Sch. $\mathfrak{C}^4_{4,v}$)

Nr. 28γ. Gleitspiegelebene

a) durch zwei benachbarte Achsen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$, Gleitbetrag $\frac{1}{2}$ c; (Sch. $\mathfrak{C}^6_{4,v}$),

b) mitten zwischen zwei benachbarten Ebenen $\mathfrak{AB}$; Gleitbetrag $\frac{1}{2}$ c. (Sch. $\mathfrak{C}^5_{4,v}$)

Nr. 29. **Quadratsäulensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(4,0)$, a, c. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen ebene Vierpunkter vom Typ Fig. 41′ in gleicher Höhe. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(4,0)$, $\mathfrak{C}(2,0)$. (Sch. $\mathfrak{C}^1_4$.)

Nr. 29α. Spiegelpunkt

a) auf einer Achse $\mathfrak{A}$ oder $\mathfrak{B}$; (Sch. $\mathfrak{C}^1_{4,h}$),

b) auf einer Geraden mitten zwischen zwei benachbarten $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$. (Sch. $\mathfrak{C}^3_{4,h}$.)

Nr. 29β. Spiegelebene

a) durch zwei benachbarte Achsen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$; (Sch. $\mathfrak{C}^1_{4,v}$),

b) mitten zwischen zwei benachbarten Ebenen $\mathfrak{AB}$. (Sch. $\mathfrak{C}^2_{4,v}$).

Nr. 29γ. Gleitspiegelebene

a) durch zwei benachbarte $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$, Gleitbetrag $\frac{1}{2}$ c; (Sch. $\mathfrak{C}^5_{4,v}$),

b) mitten zwischen zwei benachbarten Ebenen $\mathfrak{AB}$; Gleitbetrag $\frac{1}{2}$ c. (Sch. $\mathfrak{C}^6_{4,v}$)

Nr. 30. **Quadratoktaedersystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(4,\Phi)$, $a+\frac{1}{2}c$, c. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen ebene Vierpunkter aber $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}_1'$ gegenüber $\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{A}'$ in um $\frac{1}{2}$ c verschiedener Höhe. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(4,2)$, $\mathfrak{C}(2,1)$. (Sch. $\mathfrak{C}^7_v$.)

Nr. 30α. Spiegelpunkt

a) auf einer Achse $\mathfrak{A}$ oder $\mathfrak{B}$. (Sch. $\mathfrak{C}^5_{4,h}$)

Nr. 30β. Spiegelebene

a) durch zwei benachbarte Achsen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$. (Sch. $\mathfrak{C}^{11}_{4,v}$)

Nr. 30γ. Gleitspiegelebene

a) ebenso gelegen; Gleitbetrag $\frac{1}{2}$ c. (Sch. $\mathfrak{C}^{12}_{4,v}$)

Von den Typen dieser Abteilung haben die kristallographische Symmetrie $\{A^4_z\}$ die Nr. 25 26, 27, 28, 29, 30; die Symmetrie $\{C, A^4_z\}$ die Nr. 27α, 28α, a und b, 29α, a und b, 30α; die Symmetrie $\{A^4_z E_x\}$ die Nr. 27β, 27γ, 28β, a und b, 28γ, a und b, 29β, a und b, 29γ, a und b, 30β und 30γ.

Abteilung B. Mit Querachsen.

Die Querachsen liegen entweder so, daß die Achsen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ durch die Umklappung in sich selbst zur Deckung kommen, oder daß sie ausgetauscht werden. Der erste Fall tritt ein, wenn sich die Querachsen in dem Schnittpunktnetz Fig. 40 auf die Verbindungslinien a oder b zwischen benachbarten Achsen $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}$ bzw. $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{B}$ oder $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ projizieren, der zweite, wenn dies auf die Verbindungslinien zwischen benachbarten Achsen $\mathfrak{CC}$ stattfindet. Bezüglich der durch die Kombination von Querachsen mit vierzähligen Vertikalachsen entstehenden Atomkombinationen ist Orientierendes S. 359 gesagt. Die Einführung von Spiegel- und Gleitspiegelebenen kommt bei derartigen Systemen als selbständige Deckoperation nicht in Betracht, da hier der Spiegelpunkt alle möglichen derartigen Symmetrien beiläufig erzeugt.

Die figürlichen Darstellungen der Achsensysteme in dieser Abteilung geben jederzeit eine prismatische Zelle zwischen zwei Achsen $\mathfrak{A}$ und zwei $\mathfrak{B}$, d. h. also von den Grundkanten b, und der Höhe $\frac{1}{2}$ c wieder, die ein Achtel des Elementargebiets darstellt. Die Grundfläche ist in die Höhe einer Querachse gelegt, eine Achse $\mathfrak{A}$ nach vorn; der vordere untere Eckpunkt o spielt einigermaßen die Rolle des Koordinatenanfanges. Im Interesse der Übersichtlichkeit sind Achsen vom Charakter (2,1) gestrichelt (— — —), solche vom Charakter (4,1) strichpunktiert (— · — · —), endlich solche vom Charakter (4,2) strichdoppelpunktiert (— ·· — ·· —).

Nr. 31/32. **Rechtes und linkes zusammengesetztes Vierpunktschraubensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(4,\pm 1)$, $\mathfrak{L}_b(2,0)$, a, c. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen einfach gewundene zusammengesetzte Vierpunkter vom Typ Fig. 42 in gleichen Höhen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(4,\pm 1)$, $\mathfrak{C}(2,1)$. Zu der

durch den o-Punkt gelegten Querachse $\mathfrak{L}_b\,(2,0)$ gibt es eine parallele gleichartige im Abstand $\mathfrak{d}$; zwischen den Gliedern eines Paares liegt je eine zweizählige Schraubenachse $\mathfrak{P}_b'\,(2,1)$. Dies so charakterisierte Tripel wiederholt sich in einer Ebene in der Höhe $\frac{1}{2}\,\mathfrak{c}$ über der Grundfläche, außerdem um 90^0 gedreht in der Höhe $\frac{1}{4}\,\mathfrak{c}$. In den Zwischenebenen in den Höhen $\frac{1}{8}\,\mathfrak{c}$ und $\frac{3}{8}\,\mathfrak{c}$ liegt je eine um $\pm 45^0$ gegen die vorigen gedrehte Querachse $\mathfrak{L}_a\,(2,0)$, deren Projektion auf die

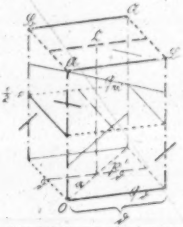


Fig. 44. (Nr. 31/32.)

Grundfläche in eine Strecke $\mathfrak{a}$ fällt. Die Orientierung dieser Achsen ist für das rechte und das linke System verschieden. Gleiche Achsen liegen beiderseits der gezeichneten in den Abständen $\pm\frac{1}{2}\,\mathfrak{a}$; sie gehen durch die vertikalen Kanten der in der Fig. 44 wiedergegebenen Zelle und sind durch kurze Linien angedeutet. (Sch. $\mathfrak{D}_1^5$ und $\mathfrak{D}_4^5$.)

Nr. 33. Zusammengesetztes vierzähliges Gegenschraubensystem.

Formel: $\mathfrak{A}\,(4,+1)$, $\mathfrak{L}_b\,(2,0)$, $\mathfrak{a}+\frac{1}{2}\,\mathfrak{c}$, $\mathfrak{c}$. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen einfach gewundene zus. Vierpunkter vom Typ Fig. 42, aber $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}_1'$ gegen $\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{A}'$ um $\frac{1}{2}\,\mathfrak{c}$ verschiedener Höhe. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}\,(4,+1)$, $\mathfrak{C}\,(2,0)$. Ferner eine mit $\mathfrak{L}_b\,(2,0)$ gleichartige parallele Achse im Abstand $\mathfrak{d}$, und normal zu beiden, durch $\mathfrak{C}$ hindurchgehend, eine Schraubenachse $\mathfrak{P}_b'\,(2,1)$. Wiederholung dieses Systems in der Höhe $\frac{1}{2}\,\mathfrak{c}$, dazu in um 90^0 gedrehter Stellung in der Höhe $\frac{1}{4}\,\mathfrak{c}$. Endlich eine um $\pm 45^0$ gedrehte zweite Schar von Querachsen $\mathfrak{L}_a\,(2,0)$ und $\mathfrak{P}_a\,(2,1)$ in den Ebenen in der Höhe $\frac{1}{8}\,\mathfrak{c}$ und $\frac{3}{8}\,\mathfrak{c}$. In Fig. 45 sind wieder nicht nur die im Innern der wiedergegebenen prismatischen Zelle verlaufenden Achsen dargestellt, sondern auch die durch deren vertikale Kanten gehenden durch kurze Linien angedeutet. In Übereinstimmung mit den Vorzeichen in $\mathfrak{A}\,(4,+1)$, $\mathfrak{B}\,(4,\mp 1)$ kommt dem Achsensystem kein Drehungssinn zu. (Sch. $\mathfrak{D}_1^{10}$.)

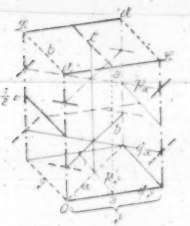


Fig. 45. (Nr. 33.)

Nr. 33a. Spiegelpunkt

a) auf einer Geraden mitten zwischen zwei benachbarten $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ im Schnittpunkt mit einer Querachse $\mathfrak{L}\,(2,0)$; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{10}$.)

b) auf derselben Geraden mitten zwischen zwei Querachsen $\mathfrak{L}\,(2,0)$. (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{20}$.)

Nr. 34. Zusammengesetztes zweigängiges Vierpunktschraubensystem.

Formel: $\mathfrak{A}\,(4,2)$, $\mathfrak{L}_b\,(2,0)$, $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{c}$. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen doppelt gewundene zus. Vierpunkter in gleichen Höhen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}\,(4,2)$, $\mathfrak{C}\,(2,0)$. Die Querachsen sind dieselben, wie bei Nr. 31/32, aber alle $\mathfrak{L}_b\,(2,0)$ und $\mathfrak{P}_b'\,(2,1)$ liegen in der Grundebene und der davon um $\frac{1}{2}\,\mathfrak{c}$ entfernten Ebene, alle $\mathfrak{L}_a\,(2,0)$ in der Ebene mitten zwischen diesen beiden (Fig. 46). (Sch. $\mathfrak{D}_4^5$.)

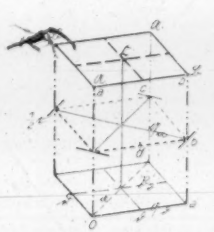


Fig. 46. (Nr. 34.)

Nr. 34a. Spiegelpunkt

a) auf einer der Achsen $\mathfrak{A}$ oder $\mathfrak{B}$ in dem Schnittpunkt mit einer Querachse $\mathfrak{L}_b$; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{9}$),

b) ebenso im Schnittpunkt mit einer Querachse $\mathfrak{L}_a$; ($\mathfrak{D}_{4,h}^{10}$),

c) im Schnittpunkt einer Querdrehachse $\mathfrak{L}_b$ mit einer Querschraubenachse $\mathfrak{P}'_b$; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{11}$),

d) in der Mitte zwischen zwei übereinanderliegenden Lagen c. (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{12}$.)

Nr. 35. **Zusammengesetztes Quadratsäulensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(4,0)$, $\mathfrak{L}_b(2,0)$, a, c. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen ebene zusammengesetzte Vierpunkter in derselben Höhe. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(4,0)$, $\mathfrak{C}(2,0)$; alle Querachsen $\mathfrak{L}_b$, $\mathfrak{P}_b'$, $\mathfrak{L}_a$, von Nr. 34, die jetzt nur in der Grundebene und der davon um $\frac{1}{2}c$ entfernten verlaufen (Fig. 47). (Sch. $\mathfrak{D}_{\cdot}^{1}$.)

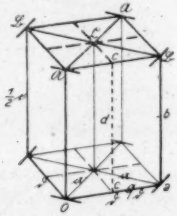


Fig. 47. (Nr. 35.)

Nr. 35a. Spiegelpunkt

a) auf einer Achse $\mathfrak{A}$ oder $\mathfrak{B}$ im Schnittpunkt mit einer Querachse $\mathfrak{L}_a$; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{1}$),

b) in der Mitte zwischen zwei übereinanderliegenden derartigen Schnittpunkten; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{2}$),

c) im Schnittpunkt einer Drehachse $\mathfrak{L}_b(2,0)$ mit einer Schraubenachse $\mathfrak{P}_b(2,1)$; (Sch. $(\mathfrak{D}_{4,h}^{3})$,

d) in der Mitte zwischen zwei derartigen übereinanderliegenden Schnittpunkten. (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{4}$.)

Nr. 36. **Zusammengesetztes Quadratoktaedersystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(4,0)$, $\mathfrak{L}_b(2,0)$, $a+\frac{1}{2}c$, c. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen ebene zus. Vierpunkter, aber $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{A}_1'$ gegenüber $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}'$ in um $\frac{1}{2}c$ abweichender Höhe. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(4,2)$, $\mathfrak{C}(2,1)$; dazu Querachsen wie bei Nr. 33, doch mit der Abweichung, daß die Systeme der $\mathfrak{L}_a$ und $\mathfrak{P}_a$ in denselben Ebenen liegen wie die $\mathfrak{L}_b$ und $\mathfrak{P}_b$, also außer der Grundebene nur die Ebenen in der Höhe $\frac{1}{4}c$ und $\frac{1}{2}c$ besetzt sind (Fig. 48). (Sch. $\mathfrak{D}_{\cdot}^{2}$.)

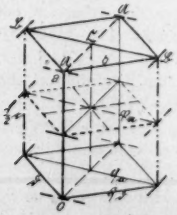


Fig. 48. (Nr. 36.)

Nr. 36a. Spiegelpunkt

a) auf einer Achse $\mathfrak{A}$ oder $\mathfrak{B}$ im Schnittpunkt mit einer Achse $\mathfrak{L}_b$; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{17}$),

b) auf einer Achse $\mathfrak{L}_b$ mitten zwischen zwei Schnittpunkten mit Achsen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$. (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{18}$.)

Nr. 37/38. **Rechtes und linkes abwechselndes Vierpunktschraubensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(4,\pm 1)$, $\mathfrak{L}_b'(2,0)$, a, c. Die Querachse projiziert sich auf die Parallele zu $\mathfrak{d}$ durch die Achse $\mathfrak{C}$. Da die Querachse keine Achse $\mathfrak{A}$ schneidet, so tritt der S. 359 hervorgehobene Fall ein: die Achsen $\mathfrak{A}$ tragen Vierpunkter von dem einfachen Typ Fig. 41″ (0, 1, 2, 3), die Achsen $\mathfrak{B}$ Vierpunkter (0′, 1′, 2′, 3′), die daraus durch Umklappen um die Querachse $\mathfrak{L}_b'$ entstehen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(4,\pm 1)$, $\mathfrak{C}(2,1)$. Der Querachse $\mathfrak{L}_b'$ parallel liegen in der Grundebene zwei Schraubenachsen $\mathfrak{P}_b(2,1)$ im Abstand $\pm\frac{1}{2}b$; diese Gruppe wiederholt sich in der um $\frac{1}{2}c$ darüber liegenden Ebene in paralleler, in der um $\frac{1}{4}c$ höheren in gekreuzter Orientierung. In den Zwischenebenen in der Höhe $\frac{1}{8}c$ und $\frac{3}{8}c$ liegen Schraubenachsen $\mathfrak{P}_a'(2,1)$ beiderseits der Diagonalen a in den Abständen $\pm\frac{1}{4}a$, und zwar in den beiden Ebenen gegeneinander gekreuzt (Fig. 49, wo $\mathfrak{L}_b$ statt $\mathfrak{L}_b'$ steht). Das System hat Drehungssinn. (Sch. $\mathfrak{D}_{\cdot}^{4}$ und $\mathfrak{D}_{\cdot}^{5}$.)

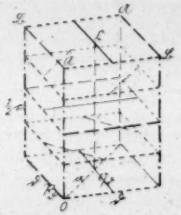


Fig. 49. (Nr. 37/38.)

Nr. 39. **Abwechselndes zweigängiges Vierpunktschraubensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(4,2)$, $\mathfrak{L}_b'(2,0)$, a, c. Die Querachse $\mathfrak{L}_b'$ liegt wie im vorigen Fall und wirkt analog. Die Achsen $\mathfrak{A}$ tragen einfache Vierpunkter vom Typ Fig. 41‴ (0, 2, 0, 2), die Achsen $\mathfrak{B}$ die daraus durch Umklappung um $\mathfrak{L}_b'$ entstehenden (0′, 2′, 0′, 2′). Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(4,2)$, $\mathfrak{C}(2,0)$. Von den Querachsen

sind alle Arten $\mathfrak{D}_b'$ und $\mathfrak{P}_b$ jetzt in der Grundfläche und der dazu parallelen Ebene im Abstand $\frac{1}{2}c$ vereinigt, ebenso alle $\mathfrak{P}_a'$ in der Zwischenebene in der Höhe $\frac{1}{4}c$ (Fig. 50). (Sch. $\mathfrak{D}_v^4$)

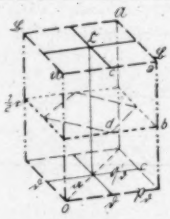


Fig. 50. (Nr. 39.)

Nr. 39α. Spiegelpunkt

a) auf einer Achse $\mathfrak{A}$ oder $\mathfrak{B}$ im Schnittpunkt mit einer Querschraubenachse $\mathfrak{P}_b$; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{13}$),

b) ebenda in der Höhe der Achsen $\mathfrak{P}_a'$; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{14}$),

c) im Schnittpunkt einer Achse $\mathfrak{D}_b'$ und $\mathfrak{P}_b$; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{15}$),

d) mitten zwischen zwei derartigen übereinanderliegenden Schnittpunkten. (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^{16}$.)

Nr. 40. **Abwechselndes Quadratsäulensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(4,0)$, $\mathfrak{D}_b'(2,0)$, a, c; die Verhältnisse sind denen der beiden vorhergehenden Fälle analog; die Achsen $\mathfrak{A}$ tragen einfache ebene Vierpunkter vom Typ Fig 41′ (o, o, o, o), die $\mathfrak{B}$ die daraus durch Umklappen um $\mathfrak{D}_b$ entstehenden (o′, o′, o′, o′). Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(4,0)$, $\mathfrak{C}(2,0)$; ferner alle Querachsen der vorigen Nummer in der Grundfläche und der ihr im Abstand $\frac{1}{2}$ c parallelen vereinigt (Fig. 51). (Sch. $\mathfrak{D}_v^2$.)

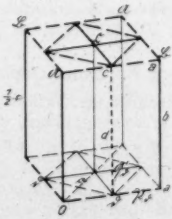


Fig. 51. (Nr. 40.)

Nr. 40α. Spiegelpunkt

a) auf einer Achse $\mathfrak{A}$ oder $\mathfrak{B}$ im Schnittpunkt mit einer Querachse $\mathfrak{P}_b$; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^5$),

b) ebenda mitten zwischen zwei übereinanderliegenden Schnittpunkten; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^6$),

c) im Schnittpunkt einer Achse $\mathfrak{D}_b'$ und einer $\mathfrak{P}_b$; (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^7$),

d) mitten zwischen zwei solchen übereinanderliegenden Schnittpunkten. (Sch. $\mathfrak{D}_{4,h}^8$.)

Von den Typen der Abteilung IVB haben die kristallographische Symmetrie $\{A_z^4, A_x^2\}$ die Nr. 31—40, die Symmetrie $\{C, A_z^4, A_x^2\}$ die Nr. 31α—40α.

V. Klasse. **Sechszählige Hauptachsen.**

Sechszählige Dreh- oder Schraubenachsen treten ausschließlich zu mehreren parallelen gleichartigen auf, die eine zu ihnen normale Grundfläche in einem gleichseitig dreieckigen Netz von Punkten schneiden. Wir stellen diese Achsen $\mathfrak{A}(6,p)$ wieder vertikal, legen die Grundfläche also horizontal und bezeichnen die Seiten der Grunddreiecke durch a, — falls zwei benachbarte mit ihren verschiedenen Richtungen zur Geltung kommen, auch durch a_1 und a_2, wobei dann $a_1 = a_2$, $< a_1, a_2 = 60^0$.

In der Mitte zwischen je drei nächsten sechszähligen Achsen $\mathfrak{A}$ liegt eine dreizählige $\mathfrak{B}(3,q)$ und in der Mitte zwischen je zwei nächsten liegt eine zweizählige Achse $\mathfrak{C}(2,r)$. Demgemäß ist das System der Schnittpunkte aller dieser Achsenarten mit der Grundfläche das in Fig. 52 dargestellte, wobei die Zwei-,

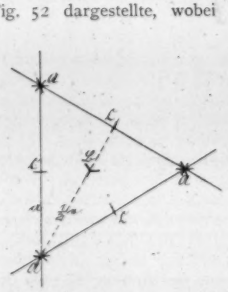


Fig. 52.

Drei- und Sechszähligkeit der Achsen wie früher durch Sterne angedeutet wird. $c = a_1 + a_2$.

Zur Charakteristik der Struktur dient außer der Grundstrecke a wiederum die Periode c längs der Achsen $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$. Das gleichseitig dreieckige Prisma mit diesen Strecken als Kanten stellt ein Elementarbereich der Anordnung dar.

Eine sechszählige Dreh- oder Schraubenachse liefert durch ihre Deckbewegung innerhalb der Periode c aus einem Ausgangspunkt oder -atom

P fünf weitere P' bis P^{V} in je um 60^0 gegeneinander gedrehten Meridianen. Da alle sechszähligen Achsen $\mathfrak{A}$ durch Deckdrehungen von der Zähligkeit 6, 3, 2 ineinander übergeführt werden können, so sind diese sechs Meridianebenen für alle Achsen $\mathfrak{A}$ einander parallel. Die Anordnung der sechs Punkte P bis P^{V} um eine Achse $\mathfrak{A}$ ist im übrigen auf vier verschiedene Weisen möglich. Im Falle der Drehachse $\mathfrak{A}(6,0)$ liegen sie sämtlich in einer Horizontalebene; im Falle der einfachen Schraubenachse $\mathfrak{A}(6,\pm 1)$ auf einer (positiv oder negativ gewundenen) einfachen Schraubenlinie von der Ganghöhe c, im Falle der zweifachen Schraubenachse $\mathfrak{A}(6,\pm 2)$ auf zwei diametral gegenüberliegenden (positiv oder negativ gewundenen) Schraubenlinien von der Ganghöhe $2c$, im Falle der dreifachen $\mathfrak{A}(6,3)$ schließlich auf drei um 120^0 gegeneinander verdrehten Schraubenlinien von der Ganghöhe $3c$. Im letzteren Falle unterscheiden sich nach S. 243 positive und negative Windungen im Effekt nicht. Fig. 53 veranschaulicht die einer Achse

Fig. 53.

$\mathfrak{A}(6,+2)$ entsprechende Atomgruppe; die $\mathfrak{A}(6,0)$, $\mathfrak{A}(6,+1)$ und $\mathfrak{A}(6,3)$ entsprechenden folgen daraus durch Vertauschung der Ziffernfolge 0, 2, 4, 0, 2, 4 mit bzw. 0, 0, 0, 0, 0, 0, weiter 0, 1, 2, 3, 4, 5, und 0, 3, 0, 3, 0, 3. Diese „Sechspunkter", die kurz bzw. als eben und ein-, zwei-, dreifach gewunden bezeichnet werden mögen, sind die Elemente, aus denen sich die den sechszähligen Achsen entsprechenden Anordnungen aufbauen. Jede von ihnen muß sich gleichzeitig als Superposition zweier dreizähliger Gruppierungen um die Achsen $\mathfrak{B}$, bzw. dreier zweizähliger Gruppierungen um die Achsen $\mathfrak{C}$ auffassen lassen.

Bezeichnet man für alle Achsen $\mathfrak{A}$ die in parallelen Meridianebenen befindlichen Punkte mit denselben Buchstaben P bis P^{V}, dann müssen (wie man leicht erkennt), damit die Achsen $\mathfrak{B}$ in allen Elementarbereichen denselben Charakter haben, die gleich bezeichneten Punkte überall in gleicher Höhe liegen. Außer der vertikalen Periode c ist sonach hier die Grundstrecke a jederzeit eine Deckschiebung.

Bezüglich der Kombination anderer Symmetrieelemente mit dem hier behandelten System von Vertikalachsen gilt natürlich die allgemeine Regel von S. 243 u. 244, daß diese Elemente Achsen $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ nur je mit gleichartigen zur Deckung bringen dürfen. Eine Querachse $\mathfrak{Q}(2,0)$, die eine Achse $\mathfrak{A}(6,2)$ schneidet, liefert den in Fig. 54 dargestellten zusammengesetzten Sechspunkter,

Fig. 54.

wobei die Punkte $0'$, $2'$, $4'$ um $2h$ über 0, 2, 4 liegen, falls die Achse $\mathfrak{Q}$ um h über der 0-Ebene liegt. Die Fälle der Achsen $\mathfrak{A}(6,0)$, $\mathfrak{A}(6,1)$ $\mathfrak{A}(6,3)$ folgen einfach durch die zu Fig. 53 angegebenen Ziffernvertauschungen. Die bezüglichen vier zusammengesetzten Typen können, wie die einfachen, als eben und ein-, zwei-, dreifach gewunden bezeichnet werden.

Deckoperationen zweiter Art kommen nach S. 245 für Achsen $\mathfrak{A}(6,+1)$ und $\mathfrak{A}(6,+2)$ nicht in Betracht. Die Wirkung der Kombination einer Achse $\mathfrak{A}(6,3)$ mit einer durch sie hindurchgehenden Spiegelebene $\mathfrak{E}$ veranschaulicht Fig. 55.

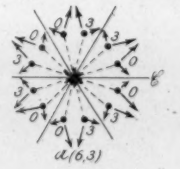


Fig. 55.

Der Fall einer Achse $\mathfrak{A}(6,0)$ ist ganz analog.

Abteilung A. Ohne Querachsen.

Nr. 41/42. Rechtes und linkes Sechspunktschraubensystem.

Formel: $\mathfrak{A}(6,\pm 1)$, a, c. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen einfach gewundene Sechspunkter in gleichen Höhen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(3,\pm 1)$, $\mathfrak{C}(2,1)$. (Sch. $\mathfrak{C}_6^2$ und $\mathfrak{C}_6^4$.)

Nr. 43/44. Rechtes und linkes zweigängiges Sechspunktschraubensystem.

Formel: $\mathfrak{A}(6,\pm 2)$, a, c. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen doppelt gewundene Sechspunkter (Fig. 53)

in gleichen Höhen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(3 + 1)$, $\mathfrak{C}(2,0)$. (Sch. $\mathfrak{C}_6^4$ und $\mathfrak{C}_6^5$.)

Nr. 45. **Dreigängiges Sechspunktschraubensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(6,3)$, $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{c}$. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen dreifach gewundene Sechspunkter in gleicher Höhe. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(3,0)$, $\mathfrak{C}(2,1)$. (Sch. $\mathfrak{C}_6^6$.)

Nr. 45α. Spiegelpunkt

a) auf einer sechszähligen Achse $\mathfrak{A}$ beliebig gelegen. (Sch. $\mathfrak{C}_{6,h}^2$.)

Nr. 45β. Spiegelebene

a) durch zwei benachbarte Achsen $\mathfrak{A}$; (Sch. $\mathfrak{C}_{6,v}^3$),

b) durch zwei benachbarte Achsen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$. (Sch. $\mathfrak{C}_{6,v}^4$.)

Nr. 46. **Hexagonalsäulensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(6,0)$, $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{c}$. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen ebene Sechspunkter in gleichen Höhen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(3,0)$, $\mathfrak{C}(2,0)$. (Sch. $\mathfrak{C}_6^1$.)

Nr. 46α. Spiegelpunkt

a) auf einer Achse $\mathfrak{A}$ gelegen. (Sch. $\mathfrak{C}_{6,h}^1$.)

Nr. 46β. Spiegelebene

a) durch zwei benachbarte Achsen $\mathfrak{A}$. (Sch. $\mathfrak{C}_{6,v}^1$.)

Nr. 46γ. Gleitspiegelebene

a) ebenso gelegen, Gleitbetrag $\frac{1}{2}\mathfrak{c}$. (Sch. $\mathfrak{C}_{6,v}^2$.)

Von den Typen dieser Abteilung besitzen die kristallographische Symmetrie $\{A_z^6\}$ die Nr. 41 bis 46, die Symmetrie $\{C, A_z^6\}$ Nr. 45α und 46α, die Symmetrie $\{A_z^6, E_x\}$ die Nr. 45β und Nr. 46β und γ.

Abteilung B. **Mit Querachsen.**

Die mit den allgemeinen Anforderungen verträglichen Lagen von Querachsen sind diejenigen in der Ebene zweier benachbarter Achsen $\mathfrak{A}$ (Projektion auf $\mathfrak{a}$) oder in derjenigen eines Paares benachbarter $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ (Projektion in $\mathfrak{e} = \mathfrak{a}_1 + \mathfrak{a}_2$). Beide Arten $\mathfrak{Q}_a$ und $\mathfrak{Q}_e$ treten immer nebeneinander auf; es ist daher keine wesentliche Spezialisierung, von einer von beiden — hier $\mathfrak{Q}_a$ — auszugehen. Die figürliche Darstellung des Achsensystems umfaßt ein dreieckiges Prisma zwischen drei Achsen $\mathfrak{A}$ von den Grundkanten $\mathfrak{a}$ und der Höhe $\frac{1}{2}\mathfrak{c}$ und legt die Grundfläche in die Höhe einer Achse $\mathfrak{Q}_a$, mit der o-Ecke nach vorn. Im Interesse der Anschaulichkeit sind Achsen von dem Charakter $(6, \pm 1)$ strichpunktiert (— · — · —), solche vom Charakter $(6, \pm 2)$ und $(3, \pm 1)$ strichdoppelpunktiert (— · · — · · —), endlich (6,3) und (2,1) einfach gestrichelt (— — —). Drehachsen, wie immer, ausgezogen (——). Spiegelebenen und Gleitspiegelebenen kommen in dieser Abteilung ebenso wie in IV B als selbständige Symmetrieelemente nicht in Betracht[1]).

Nr. 47/48. **Rechtes und linkes zusammengesetztes Sechspunktschraubensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(6, \pm 1)$, $\mathfrak{Q}_a(2,0)$, $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{c}$. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen zusammengesetzte einfach gewundene Sechspunkter in gleichen Höhen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(3, \pm 1)$, $\mathfrak{C}(2,1)$; außerdem liegen von $\mathfrak{Q}_a(2,0)$ aus in Höhen $\frac{1}{6}\mathfrak{c}$, $\frac{2}{6}\mathfrak{c}$, $\frac{3}{6}\mathfrak{c}$ gleichartige um $\pm 60^0$ gedrehte, d. h. also zwischen anderen Achsenpaaren $\mathfrak{A}$ verlaufende Querachsen. Dazu in der Horizontalebene einer jeder dieser Achsen Schraubenachsen $\mathfrak{P}_a'(2,1)$ im Abstand $\pm\frac{1}{4}\mathfrak{e}$ von den $\mathfrak{Q}_a$. In den Ebenen mitten zwischen den von den $\mathfrak{Q}_a$ und $\mathfrak{P}_a'$ eingenommenen verlaufen außerdem Querachsen $\mathfrak{Q}_e(2,0)$ in den Ebenen durch ein $\mathfrak{A}$ und das benachbarte $\mathfrak{B}$ (Projektion in $\mathfrak{e} = \mathfrak{a}_1 + \mathfrak{a}_2$); dazu Schraubenachsen $\mathfrak{P}_e'(2,1)$

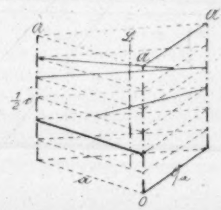


Fig. 56. (Nr. 47/48.)

um $\pm\frac{1}{4}\mathfrak{a}$ davon entfernt. Die Schraubenachsen $\mathfrak{P}_a'$ und $\mathfrak{P}_e'$ sind, um Häufung zu vermeiden, in der Fig. 56[2]) nicht dargestellt; ebenso nicht die Vertikalachsen $\mathfrak{C}(2,1)$. (Sch. $\mathfrak{D}_6^2$ und $\mathfrak{D}_6^3$.)

Nr. 49/50. **Rechtes und linkes zweigängiges zusammengesetztes Sechspunktschraubensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(6, \pm 2)$, $\mathfrak{Q}_a(2,0)$, $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{c}$. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen zweifach gewundene zus. Sechspunkter (Fig. 54) in gleichen Höhen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(3, \mp 1)$, $\mathfrak{C}(2,0)$; außerdem Querachsen $\mathfrak{Q}_a(2,0)$ und $\mathfrak{Q}_e(2,0)$ in um $\frac{1}{6}\mathfrak{c}$ voneinander entfernten Ebenen, je um 60^0 gegeneinander gedreht beim Fortschreiten längs $\mathfrak{c}$. Jedes $\mathfrak{Q}_a$ und $\mathfrak{Q}_e$ ist wie bei Nr. 47/48 von Schraubenachsen $\mathfrak{P}'_a(2,1)$ und $\mathfrak{P}'_e(2,1)$ begleitet, die in der Fig. 57 ebenso-

1) Die Bezeichnungen $\mathfrak{D}_6^3$ und $\mathfrak{D}_6^4$ kommen bei Schönflies (l. c. S. 529) je zweimal vor; sie sind oben so angewandt wie vermutlich beabsichtigt.

2) In der Ebene $\frac{1}{12}\mathfrak{c}$ fehlt die Achse $\mathfrak{Q}_e$.

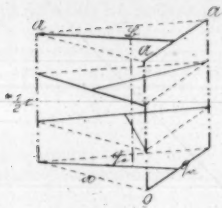


Fig. 57. (Nr. 49/50).

wenig wiedergegeben sind, wie die Vertikalachsen $\mathfrak{C}$. (Sch. $\mathfrak{D}_0^3$ und $\mathfrak{D}_{0'}^1$)

Nr. 51. **Dreigängiges zusammengesetztes Sechspunktschraubensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(6,3)$, $\mathfrak{L}_a(2,0)$, a, c. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen dreifach gewundene zus. Sechspunkter in gleichen Höhen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(3,0)$, $\mathfrak{C}(2,1)$; außerdem in der Horizontalebene von $\mathfrak{L}_a$ zwei diesem gleichartige Achsen, so daß ein gleichseitiges Dreieck mit Ecken in drei benachbarten Vertikalachsen $\mathfrak{A}$ entsteht, — ein Gebilde, daß sich im Abstand $\frac{1}{3}$ c wiederholt. Weiter in der Ebene im Abstand $\frac{1}{3}$ c ein Kreuz von drei Achsen $\mathfrak{L}_e(2,0)$ mit dem Mittelpunkt in der Vertikalachse $\mathfrak{B}$. Dazu endlich wie in Nr. 47/48 Schraubenachsen $\mathfrak{P}_a'(2,1)$ und $\mathfrak{P}_e'(2,1)$, die in der Fig. 58 nicht wiedergegeben sind. (Sch. $\mathfrak{D}_0^6$)

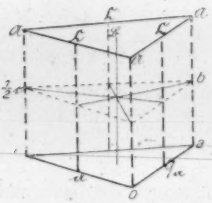


Fig. 58. (Nr. 51).

Nr. 51a. Spiegelpunkt

a) auf einer Vertikalachse $\mathfrak{A}$ im Schnittpunkt mit einer Querachse $\mathfrak{L}_a$; (Sch. $\mathfrak{D}_{0,h}^3$),

b) ebenda im Schnittpunkt mit einer der Ebenen der $\mathfrak{L}_e$. (Sch. $\mathfrak{D}_{0,h'}^4$)

Nr. 52. **Zusammengesetztes Hexagonalsäulensystem.**

Formel: $\mathfrak{A}(6,0)$, $\mathfrak{L}_a(2,0)$, a, c. Alle Achsen $\mathfrak{A}$ tragen ebene zus. Sechspunkter in gleichen Höhen. Abhängige Achsen: $\mathfrak{B}(3,0)$, $\mathfrak{C}(2,0)$, dazu alle $\mathfrak{L}_a$ und $\mathfrak{L}_e$, $\mathfrak{P}_a'$ und $\mathfrak{P}_e'$ der vorigen Nummern in der Grundebene und der um $\frac{1}{2}$ c davon entfernten. Die Schraubenquerachsen $\mathfrak{P}_a'$ und $\mathfrak{P}_e'$

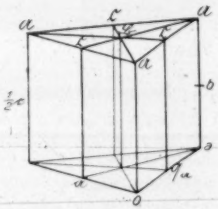


Fig. 59. (Nr. 52).

sind wiederum nicht in die Fig. 59 aufgenommen. (Sch. $\mathfrak{D}_{0'}^1$)

Nr. 52a. Spiegelpunkt

a) auf einer Vertikalachse $\mathfrak{A}$ im Schnittpunkt mit einer Ebene der Querachsen $\mathfrak{L}$; (Sch. $\mathfrak{D}_{0,h}^1$),

b) auf einer Achse $\mathfrak{A}$ mitten zwischen zwei der vorstehend bezeichneten Lagen. (Sch. $\mathfrak{D}_{0,h'}^2$)

Von den Typen dieser Abteilung besitzen Nr. 47 bis 52 die kristallographische Symmetrie $\{A_z^6 A_x^2\}$ und Nr. 47a—52a die Symmetrie $\{C_z A_z^6 A_{x'}^2\}$.

(Eingegangen 18. März 1918.)

BESPRECHUNGEN.

A. v. Oettingen, Die Grundlage der Musikwissenschaft und das duale Reininstrument. Bd. XXXIV der Abhdl. der mathem.-physikal. Kl. der Kgl. Sächs. Ges. der Wissenschaften. gr. 8°. S. 157—361; X u. 205 S. mit 2 Separattafeln und 86 Tafeln im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1916. M. 8.—

Die vorliegende Abhandlung bedeutet nicht nur den Schlußstein, den A. v. Oettingen seinem eigenen, 1866 begonnenen Gebäude der musikalischen Akustik und Tonwissenschaft einfügt, sondern darüber hinaus auch eine Leistung, mit der das Problem des dualen Reininstruments auf absehbare Zeit als gelöst betrachtet werden kann. Sie trägt in Ton und Charakter die Ruhe reifer Meisterschaft und hinterläßt den Eindruck, daß ihre Feststellungen als Ergebnisse fünfzigjähriger Denkarbeit zu wirklich abschließendem Ende gekommen sind. In drei Teilen behandelt Verf. a) die Grundbestimmungen der Akustik und Musik, b) das duale Quint-Terzen-Reininstrument (Orthotonophonium genannt) und c) die Theorie der dualen Reininstrumente

im allgemeinen. — Im ersten Teile erfolgt zunächst die Umschreibung des musikalisch-akustischen Arbeitsfeldes und eine Einigung über die anzuwendende Terminologie, die Verf. auf Grund einer eigentümlich linguistischen Begabung um glückliche und zweckmäßige Wendungen bereichert. Um jeglichen Ton des 53-stufigen Tonfelds nach Schwingungszahl, Logarithmus und Beziehung zum Ausgangston, als welcher seiner zentralen Lage wegen *D*, nicht wie bisher *C*, gilt, unzweideutig zu kennzeichnen, werden dem betreffenden, auf eine Silbe reduzierten Intervallnamen der Stammtöne (Prim, Sekund, Terz usw.) gewisse Vor- und Nachsilben beigefügt, derart, daß die Vorsilben *mi, bi, ti, fi* und *mo, bo, to, fo* die kommatische Verminderung oder Vergrößerung anzeigen, die Nachsilben *-on, -ol, -ok* und *-in, -il, -ik* aber die Bedeutung der bisherigen musikalischen Erhöhungs- und Erniedrigungssilben (*is, -isis; -es, -eses*) annehmen. *Bi Quinton* bedeutet demnach die um zwei Komma verkleinerte, einfach erhöhte Quinte, d. h. Ais. In gleicher Weise wird eine die Senke- und Hebekommas bezeichnende Notenschrift für die reine Stimmung eingeführt. Die Bestimmungen über Akkordfolge, Tongeschlechter und deren Verwandtschaft sind aus des Verf. früherer Schrift „Das duale Harmoniesystem" (in zweiter Bearbeitung 1913) im wesentlichen bekannt, hier aber neuerdings gegen Mißverständnisse und Vermengung mit Helmholtzschen Definitionen verteidigt und teilweise in reiferer Auffassung bearbeitet. Ein nochmaliges Aufrollen dieser Tatbestände war unerläßlich, da die Handhabung des Reininstruments, vor allem im Dienste des Musikunterrichts, untrennbar ist von der dual-harmonischen Analyse der Klänge und deren richtiger Niederschrift. Die Tastatur des Orthotonophoniums ist, im Anschluß an Bosanquet, der der gewöhnlichen temperierten Instrumente nachgebildet und wird vom Verf. aufs genaueste, auch ihrer technischen Struktur nach, beschrieben. Es findet keinerlei Temperatur statt, auch nicht des kleismatischen Übergangs. Die Dualität ist streng gewahrt unter Durchführung der zuvor auseinandergesetzten Strahlsymmetrie oder Punktspiegelung des Tongewebes. Als Grundlage der Anordnung dient das Quint-Terzen-Gewebe und das Quint-Sexten-Gewebe. Jenes entsteht durch Anbau großer reiner Terzen an die Töne der Quintreihe nach oben wie unten und durch Fortsetzung dieser Operation von den neu gewonnenen Quintreihen aus. Eine Grenze wird durch das Erscheinen schismatisch unterschiedener Töne gesteckt, welche nicht mit aufgenommen werden. Das Quint-Sextengewebe wird analog durch fortlaufenden Anbau großer Sexten nach oben wie unten gewonnen. Dadurch verschwinden innerhalb des 53-stufigen Feldes mit Doppelkreuzen und Doppelbeen versehene Töne entfernterer Terzverwandtschaft gegen kommaverwandte Töne in der Mitte. Verf. vertritt die Ansicht, daß alle Hochschulen für Musik Instrumente mit 35, 47, 59 und 71 Tasten anschaffen sollten. Diejenigen mit 35 Tasten (3 Zungensätze) und 59 Tasten (5 Zungensätze) sind nach dem Quint-Terz-System, die mit 47 Tasten (4 Zungensätze) und 71 Tasten (6 Zungensätze) nach dem Quint-Sexten-System angeordnet. In allen vier Fällen gibt das Bild der Klaviatur die Möglichkeit, die jedem Tone zugehörige Quintreihe, seinen Namen und seine kommatische Bestimmung sofort zu erkennen, ebenso schismatisch gefärbte Zusammenklänge. — Sehr wertvoll sind die Anweisungen zum Einstimmen der Reininstrumente und zur Prüfung der Stimmresultate. Lange praktische Erfahrung setzte hier den Verf. in den Stand, nicht nur mit Ratschlägen und Warnungen, sondern auch mit einer Anzahl Hilfstabellen zu dienen, die den beschwerlichen Weg des Reinstimmens künftig erheblich abkürzen werden. Das von ihm beschriebene Instrument enthält 43 völlig reine tonische und ebensoviel phonische Dreiklänge, außerdem noch 6 schismatisch gefärbte (praktisch reine) beiderlei Art, so daß im ganzen 47 tonische und 47 phonische Geschlechter zu bilden sind. Damit genügt es sowohl den wissenschaftlichen Anforderungen des Physikers wie den Bedürfnissen der praktischen Musik. Außerdem hat es in der verhältnismäßig bequemen Spielbarkeit einen nicht genug zu schätzenden Vorzug, und es ist nicht abzusehen, welchen heilsamen Einfluß die Theorie der reinen Stimmung durch seine Vermittelung auf die Bildung unserer praktischen Musiker ausüben wird, wenn sich der Musikunterricht künftig seiner in höherem Maße bedient. Vorläufig sind (von der Firma Schiedmayer-Stuttgart) erst drei Exemplare nach den Vorschriften des Verf. gebaut worden. Zwei davon befinden sich in Leipzig. Wir schließen uns gern dem Verf. an, wenn er die Hoffnung ausspricht, daß in Zukunft nur Reininstrumente nach Art des Orthotonophoniums gebaut werden möchten. A. Schering.

K. Jellinek, Lehrbuch der physikalischen Chemie. Vier Bände. Zweiter Band: Die Lehre von den Aggregatzuständen (II. Teil). XII u. 939 S. mit 149 Tabellen, 401 Textabbild. u. 3 Bildnissen. Lex. 8°. Stuttgart, Ferdinand Enke. 1915. Geh. M. 32.—, geb. M. 35.—

Im ersten Abschnitte des vorliegenden zweiten Bandes werden die im vorhergehenden Bande[1]) von der experimentellen Seite betrachteten Zustandsänderungen der Gase und Flüssigkeiten zusammengefaßt und abgeschlossen in der theoretischen Behandlung des fluiden Zustandes. Mit der van der Waalsschen Theorie beginnend, werden sämtliche Zustandsgleichungen des fluiden Zustandes behandelt und Theorie mit Beobachtung verglichen. Es folgt die Behandlung des Theorems der übereinstimmenden Zustände sowie der Erscheinungen an Grenzflächen zwischen Gas und Flüssigkeit, zu deren theoretischer Deutung die Laplacesche und die van der Waalssche Kapillaritätstheorie gegeben werden. Den Abschluß bilden die thermodynamische und kinetische Behandlung des Verdampfungsvorganges, die Betrachtung der kritischen Erscheinungen vom Standpunkte der Kontinuitätstheorie, sowie der inneren Reibung und Wärmeleitung fluider Stoffe. — Der zweite Hauptabschnitt des Buches befaßt sich mit dem „festen" Aggregatzustande. Obwohl der Verf. bemerkt, daß hierunter korrekterweise der kristallisierte, anisotrope Zustand zu verstehen ist, werden in diesem Abschnitt auch die Eigenschaften amorpher, glasiger Stoffe behandelt, die wohl ihren Untersuchungsmethoden nach hierher passen, aber ihrer atomistischen Struktur nach sich der Betrachtung des fluiden Zustandes einordnen. Der Abschnitt beginnt mit der geometrischen Kristallographie; es folgen die Betrachtung der allgemeineren physikalischen Eigenschaften (Dichte, Elastizität usw.) fester Stoffe, die Besprechung des Kristallisations-, Schmelz- und Sublimationsvorganges sowie der dabei auftretenden Energieänderungen. Den wohlgelungenen Abschluß dieses Teiles bilden die kinetische Theorie des festen Aggregatzustandes und eine kurze Diskussion der Kontinuitäts- und Diskontinuitätsauffassung des fluiden und kristallisierten Zustandes. Im kristallographischen Abschnitt

1) Vgl. die Besprechung diese Zeitschr. **17**, 540, 1916.

ist die für die Erforschung der Kristallstruktur bahnbrechende Laue sche Entdeckung der Röntgenstrahlen-Interferenzen in Kristallen kurz erwähnt und ihre nähere Besprechung auf später verschoben. Man vermißt indessen einen Hinweis auf die Braggschen Arbeiten, die für das Verständnis der Abstandsverhältnisse im Raumgitter ebenso anschaulich sind wie bereits der bloße Anblick der Lauediagramme für die Kristallsymmetrie. — Der Schlußabschnitt ist der Betrachtung der verdünnten fluiden Lösungen gewidmet. Zunächst wird die Gasdiffusion experimentell, thermodynamisch und kinetisch behandelt, hierauf folgen die verdünnten flüssigen Lösungen, der osmotische Druck, die direkten und indirekten Methoden zu seiner Messung, das Raoultsche Gesetz, Siedepunktserhöhung und Gefrierpunktserniedrigung, sowie die Diffusionserscheinungen in flüssigen Lösungen. Schließlich werden noch die Einwände gegen die osmotische Theorie der Lösungen betrachtet. — Die heterogenen Gleichgewichte sind in diesen Band noch nicht aufgenommen. —

Durch eingehende Behandlung der experimentellen Methoden und durch Aufführung und Diskussion ihrer Ergebnisse wird das Verständnis der Erfahrungstatsachen gefördert. Bei der Darstellung der Theorie erläutert der Verf. die Hilfsmittel zu ihrer Entwicklung aus fernerliegenden physikalischen oder mathematischen Gebieten oder verweist in einfacheren Fällen auf geeignete Lehrbücher. Auch in dieser Hinsicht ist im vorliegenden zweiten Bande die Eigenart des Werkes gewahrt, gleichzeitig ein gutes ausführliches Lehrbuch und weitgehend ein Handbuch zu sein.

S. Kyropoulos.

Ivar W. Cederberg, Die thermodynamische Berechnung chemischer Affinitäten von homogenen und heterogenen Gasreaktionen. gr. 8°. VI u. 109 S. mit 1 Tafel und 34 Tabellen. Berlin, Kommissionsverlag von R. Friedländer & Sohn. 1916. M. 6.—

Seit das Wärmetheorem von Nernst den Weg gewiesen hat, chemische Gleichgewichte aus thermischen Daten zu berechnen, liegt die Aufgabe der weiteren Forschung auf diesem Gebiete darin, die numerischen Werte, auf die sich die Rechnung aufzubauen hat, möglichst zuverlässig zu ermitteln. Der Verf. versucht, diese Aufgabe auf teilweise neuen Wegen zu lösen. Zunächst gibt er eine kurze Darstellung des Problems und seiner prinzipiellen Lösung, die sich eng an die Arbeiten von Nernst und Pollitzer anschließt und daher nichts wesentlich Neues enthält. Eigene Wege betritt er dagegen bei der Berechnung der chemischen Konstanten. Er führt die wichtige Annahme ein, daß die chemischen Konstanten dem Logarithmus des kritischen Druckes gleich sind, wodurch es möglich wird, eine Reihe von Vorgängen der Berechnung zugänglich zu machen, für die auf den früher eingeschlagenen Wegen sichere Grundlagen fehlten. Ferner stellt er eine Dampfdruckformel auf, die von der von Nernst verwendeten abweicht. Ein ausreichender theoretischer Beweis für die gemachten Annahmen wird nicht gegeben; der Verf. stützt sich auf die Erfahrung, und die gute zahlenmäßige Übereinstimmung spricht in der Tat für ihre Richtigkeit.

V. Rothmund.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Dozent an der Technischen Hochschule Berlin Studienrat Dr. Georg Wallenberg zum a. o. Honorarprofessor der Mathematik an derselben Hochschule, cand. pharm. Erling Schreiner zum Dozenten der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule Trondhjem, der Privatdozent an der Universität und Technischen Hochschule Graz Dr. Roland Weitzenböck zum a. o. Professor der Mathematik an der Deutschen Technischen Hochschule Prag, der a. o. Professor der theoretischen Physik an der Universität Straßburg Dr. Emil Cohn zum ord. Professor ebendaselbst.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Mechanik und Mathematik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Fritz Noether und dem Privatdozenten für Physik an der Universität Berlin Dr. Wilhelm Westphal der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der Professor der Chemie an der Universität Kristiania Dr. Th. Hjortdahl.

Gestorben: Der frühere Professor der Chemie am Presidency College in Calcutta Sir Alexander Pedler.

Angebote.

Physiker und Elektroingenieure

mit abgeschlossener Hochschulbildung zur experimentellen Durchbildung von Apparaten für drahtlose Telegraphie, insbesondere Verstärkern und Röhrensendern gesucht. Bewerbungen mit Angabe des Bildungsganges und der Gehaltsansprüche erbeten an

Dr. Georg Seibt,
Fabrik elektrischer Apparate,
Berlin-Schöneberg, Hauptstr. 11.

Gesuche.

Promovierte Physikerin

sucht Stellung halb- oder ganztägig an einem Hochschulinstitut oder gewerblichen Laboratorium. Angebote unter **S. H. 524** an den Verlag S. Hirzel, Leipzig, Königstraße 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Geh. Regierungsrat Prof. Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 1600000.

50471. Experimentier-Schalttafel Type A_1, 110 Volt, 30 Amp.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Grosse Preise; Turin 1911: 2 Grosse Preise; Dresden 1911: Grosser Preis.

Gut erhaltenes, stabiles

Kathetometer

(Präzisionsinstrument) mit möglichst langer Skala sofort zu kaufen gesucht. Umgeh. Preisofferten an

Kaiser-Wilhelm-Institut
für physikal. Chemie u. Elektrochemie Abt. A,
Berlin O. 17. Warschauer Platz 8.

Richard Müller-Url, Braunschweig

Schleinitzstr. 19

Physikalische, chemische und meteorologische Unterrichts-Apparate und -Utensilien. — Glastechnische Präzisionsarbeiten.

Neuheiten: **Coulombmeter** nach Stephan D.R.O.M. — **Righis Röhren für magnetische Strahlen** mit Vakuum-Regulierung D.R.O.M. — **Quecksilber-Schnellpumpe.** — **Präzisions-Vakuometer** D.R.O.M. — **Pizzarello-Apparat.** — **Apparate für flüssige Luft.** — **Verflüssigte Gase in Röhren.** — **Projektions- und Extrem-Thermometer.** — **Elektroskope** und **Trockensäulen.** — **Vakuumröhren** nach Braun, Crookes, Geißler, Puluj, Lecher, Röntgen, Wehnelt. — **Leuchtschirme.** — **Normal-Geißlerröhren-Serie** „Kompendium". — **Original-Vakuumskalen** nach Crofi.

Verlag der C. F. Müllerschen Hofbuchhandlung m. b. H. Karlsruhe (Baden).

Soeben erscheint:

Zu Max Plancks sechzigstem Geburtstag

Ansprachen gehalten am 26. April in der Deutschen Physikalischen Gesellschaft von E. Warburg, M. von Laue, A. Sommerfeld und A. Einstein.

36 Seiten 8° mit einer Abbildung. Broschiert Preis 1.20 Mk.

Inhaltsverzeichnis:

(B. = Besprechungen; T. = Tagesereignisse.)

Seite

Bär, R., Bemerkung zu der Arbeit von Irene Parankiewicz: „Größen und elektrische Ladungen von kleinen Schwefel-, Selen- und Quecksilberkugeln, bestimmt aus deren Fallgeschwindigkeit und Farbe“ . . . 373
Einatomige Metalle: Widerstandsänderung — mit der Temperatur, v. E. Grüneisen 382
Elektrische Ladungen: Bemerkung zu der Arbeit von Irene Parankiewicz: „Größen und — von kleinen Schwefel-, Selen- und Quecksilberkugeln, bestimmt aus deren Fallgeschwindigkeit und Farbe“, v. R. Bär 373
Elektrodynamik: Berichtigung zu dem Aufsatz: „Zur Theorie der —“, v. R. Malmström 388
Estorff, W., Beiträge zur Kenntnis der Kugelfunkenstrecke. (B.) 390
Fallgeschwindigkeit: Bemerkung zu der Arbeit von Irene Parankiewicz: „Größen und elektrische Entladungen von kleinen Schwefel-, Selen- und Quecksilberkugeln, bestimmt aus deren — und Farbe“ v. R. Bär . . 373
Graphisches Rechnen: Leitfaden zum —, v. R. Mehmke. (B.) 390
Grüneisen, E., Widerstandsänderung einatomiger Metalle mit der Temperatur 382
Jaeger, F. M., Lectures on the principle of symmetry and its applications in all natural sciences. (B) . 391
Körperlicher Leiter: Über den Widerstand gewisser zusammengesetzter —, v. K. Lichtenecker . . . 374
Kugelfunkenstrecke: Beiträge zur Kenntnis der —, v. W. Estorff. (B.) 390
Laski, G., Anwendung der Grundempfindungstheorie zur Größenbestimmung submikroskopischer Partikel 369
Lichtenecker, K., Über den Widerstand gewisser zusammengesetzter körperlicher Leiter 374
Lorenz, H., Lehrbuch der technischen Physik. IV. (B.) 389
Malmström, R., Berichtigung zu dem Aufsatz: „Zur Theorie der Elektrodynamik“ 388
Mehmke, R., Leitfaden zum graphischen Rechnen. (B.) 390

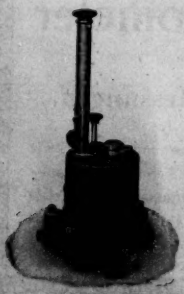
Seite

Meißner, O., Die Wärmedämmerung 387
Metalle: Widerstandsänderung einatomiger — mit der Temperatur, v. E. Grüneisen 382
Parankiewicz: Bemerkung zu der Arbeit von Irene —: „Größen und elektrische Ladungen von kleinen Schwefel-, Selen- und Quecksilberkugeln, bestimmt aus deren Fallgeschwindigkeit und Farbe“, v. R. Bär 373
Schwefel-, Selen- und Quecksilberkugeln: Bemerkung zu der Arbeit von Irene Parankiewicz: „Größen und elektrische Entladungen von kleinen —, bestimmt aus deren Fallgeschwindigkeit und Farbe“, v. R. Bär 373
Selényi, P., Über spiegelnde Flächen negativer Krümmung 386
Spiegelnde Flächen: Über — negativer Krümmung, v. P. Selényi 386
Submikroskopische Partikel: Anwendung der Grundempfindungstheorie zur Größenbestimmung —, v. G. Laski 369
Symmetrie: Lectures on the principle of — and its applications in all natural sciences, v. F. M. Jaeger. (B.) 391
Technische Physik: Lehrbuch der —, v. H. Lorenz. IV. (B.) 389
Temperatur: Widerstandsänderung einatomiger Metalle mit der —, v. E. Grüneisen 382
Wärmedämmerung: Die —, v. O. Meißner 387
Wasserhosen: Wind- und — in Europa, v. A. Wegener. (B.) 392
Wegener, A., Wind- und Wasserhosen in Europa. (B.) 392
Widerstand: Über den — gewisser zusammengesetzter körperlicher Leiter, v. K. Lichtenecker . . . 374
Widerstandsänderung einatomiger Metalle mit der Temperatur, v. E. Grüneisen 382
Wind- und Wasserhosen in Europa, v. A. Wegener. (B.) 391

Siemens & Halske A.-G.

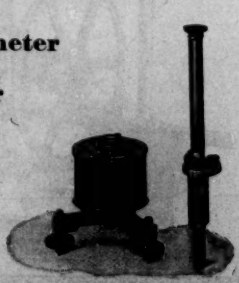
Wernerwerk — Siemensstadt bei Berlin

Spiegelgalvanometer



Kleines Spiegelgalvanometer

von besonders kurzer

Schwingungsdauer

Ganze Höhe 220 mm